

В. М. ХОХЛОВ

ЕНЕРГЕТИКА АТМОСФЕРИ

КОНСПЕКТ ЛЕКЦІЙ

МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ І НАУКИ УКРАЇНИ
Одеський державний екологічний університет

В.М. Хохлов

ЕНЕРГЕТИКА АТМОСФЕРИ

Конспект лекцій

Одеса
Екологія
2008

ББК 26.23
Х 86
УДК 551.511 : 551.513

Друкується за рішенням Вченої ради Одеського державного екологічного університету (протокол № 10 від 25.10.2007 р.).

Хохлов В.М.

Енергетика атмосфери: Конспект лекцій. – Одеса: Екологія, 2008. – 62 с.

У конспекті лекцій викладаються декілька схем перетворення енергії в атмосфері, велика увага приділяється при цьому фізичному аналізу окремих складових рівнянь різних видів енергії.

Конспект лекцій призначений для магістрів та аспірантів університетів, які навчаються за спеціальністю "Метеорологія".

Для вивчення матеріалу, викладеного у конспекті лекцій, потрібні знання фізики атмосфери, геофізичної гідродинаміки, хвильових процесів, динамічної метеорології та вищої математики в обсязі програм гідрометеорологічних інститутів або відповідних факультетів університетів.

© В.М. Хохлов, 2008

© Одеський державний екологічний
університет, 2008

ЗМІСТ

	с.
Вступ	4
1 Глобальний цикл атмосферної енергії	5
1.1 Доступна потенціальна енергія	6
1.2 Рівняння балансу енергії	9
1.3 Цикл енергії на основі ейлерової середньої	11
1.4 Цикл енергії на основі трансформованої ейлерової середньої ...	15
1.5 Модифікований цикл енергії.	19
1.6 Цикл енергії в ізобаро-ізентропічній системі координат	22
1.7 Глобальний баланс енергії, розрахований за різними схемами ..	28
2 Розкладання атмосферної енергії по спектру рухів	35
3 Енергетика вихорів синоптичного масштабу	42
Бібліографічний опис	62

ВСТУП

Енергетика атмосфери – це розділ атмосферних наук, в якому досліджуються переноси енергії різних форм та масштабів між полями, що визначають поточний стан атмосфери. Це визначення є дуже узагальненим, тому що різноманітність форм та способів передачі енергії визначає велику кількість методів для їх чисельної оцінки.

Дослідження характеристик енергетики атмосфери є доцільним щонайменше з двох причин. По-перше, як відомо з курсу "Гідродинамічні методи прогнозу погоди", за деяких припущень сума кінетичної, потенціальної та внутрішньої енергій в області розв'язку прогностичної задачі є інтегральним інваріантом, що дозволяє вибрати таку скінченно-різницеvu схему, яка є більш стійкою з точки зору обчислень. По-друге, розрахунок та аналіз енергетичних характеристик окремих синоптичних утворень, наприклад циклонів та антициклонів, є показовим засобом комплексного дослідження їх еволюції. Саме тому, вивчення дисципліни "Енергетика атмосфери" може розглядатися як складова частина теоретичної та практичної підготовки фахівця метеоролога.

Основними задачами, що розв'язуються студентом у курсі "Енергетика атмосфери", є вивчення основних форм енергії в атмосфері та фізичних механізмів її перетворення, а також застосування енергетичних характеристик для аналізу еволюції баричних утворень.

РОЗДІЛ 1

ГЛОБАЛЬНИЙ ЦИКЛ АТМОСФЕРНОЇ ЕНЕРГІЇ

Пояснити велику увагу, яка протягом розвитку фізики атмосфери надавалась дослідженню енергетики атмосферних процесів, можна тим, що енергетика дозволяє розглядати динамічні процеси, що відбуваються в атмосферних системах різного масштабу, в усьому їх різноманітті. Майже єдиним концептуальним припущенням, цілком реальним та неодноразово доказаним експериментально та теоретично, є існування перетворення одних видів енергії в інші і, за рахунок цього, енергетичного "підживлення" атмосферних процесів одного масштабу іншими. Таким чином, проблема, яка розглядалася та розглядається у теперішній час багатьма дослідниками, полягає у найбільш точному з фізичної точки зору описі зазначених перетворень енергії.

Є загальноприйнятим, що першоджерелом атмосферної енергії є приплив тепла за рахунок сонячної радіації. Прямим результатом цього є нагрівання атмосфери і підстильної поверхні океану та суші, тобто генерування внутрішньої енергії. При цьому головна частина потоку тепла від Сонця нагріває не атмосферу, а поверхні океанів та материків, які, у свою чергу, й віддають тепло до атмосфери. Можна не розглядати як джерело тепла внутрішні гарячі шари Землі, тому що це тепло є нехтовно малим усюди, за винятком районів інтенсивної вулканічної діяльності, і не впливає істотно на формування осереднених за великий період часу атмосферних циркуляційних систем.

За рахунок того, що зазначений приплив тепла від Сонця надходить на поверхню Землі нерівномірно, в атмосфері спостерігаються великі меридіональні температурні контрасти, які й обумовлюють переважно зональну циркуляцію, що має великі запаси кінетичної енергії, частина якої постійно дисипує за рахунок процесів тертя. Одна з головних проблем теорії загальної циркуляції, за думкою Е.Н. Лоренца [1], – відповісти на запитання, яким чином деяка частина внутрішньої енергії, що створюється за рахунок припливу тепла від Сонця, у підсумку перетворюється у кінетичну енергію.

Як частину внутрішньої енергії можна розглядати приховану енергію або, що є тим же самим, енергію фазових перетворень вологи, яка залежить від вологовмісту в атмосфері. Лоренцем [1] було показано, що за умови, коли реалізація прихованої теплоти пароутворення є особливою формою припливу тепла, обумовленого навколишнім середовищем, а не внутрішнім квазіадіабатичним процесом, виявиться, що атмосфера здобуває внутрішню енергію при конденсації води у межах самої атмосфери. Тоді можна розглядати енергетику однієї лише атмосфери. При цьому, за виключенням поверхневого тертя, результуючий вплив навколиш-

нього середовища на атмосферу можна трактувати як збільшення чи зменшення еквівалентної кількості теплової енергії за рахунок нагрівання чи охолодження.

Енергетика глобальної атмосфери досліджується вже протягом 50 років. Взявши за основу зонально симетричну структуру глобальної атмосфери, Лоренц у 1955 р. [2] розділив кінетичну та доступну потенціальну енергії на середньозональні та вихрові компоненти*, а також сформулював перетворення одного виду енергії в інший, ґрунтуючись на ейлеровій середній меридіональній циркуляції. Поняття ейлерової середньої (ЕС) припускає визначення середньозональних величин на ізобаричних поверхнях та відхилень від них, що мають назву "вихрових". Як випливає з назв, запаси одних видів енергії в атмосфері визначаються зональними (середніми по широтному колу) величинами, а інші – відхиленнями від них. Хоч у подальшому були запропоновані інші формулювання (наприклад, [3-6]) членів переходу одного виду енергії в інший, які відрізняються від оригінального Лоренца, до теперішнього часу при визначенні атмосферного енергетичного циклу незмінно використовуються саме ці види енергії.

Надалі було визнано, що використання ЕС призводить до певних труднощів. Одна з них полягає у тому, що за допомогою ейлерової середньої меридіональної циркуляції важко однозначно описати меридіональні переноси тепла, вологи та кутового моменту. Щоб справитися з цими труднощами, було запропоновано метод трансформованої ейлерової середньої (ТЕС), в якому до традиційної середньої циркуляції додається корекція Стокса.

Плам [4], ґрунтуючись на понятті ТЕС, сформулював атмосферний енергетичний цикл і показав, що в енергетиці на основі ТЕС не існує перетворення P_Z у P_E , хоч це один з головних переходів у традиційному циклі Лоренца. Хаяші [5] також використав поняття ТЕС для формулювання циклу енергії в атмосфері, але його цикл декілька відрізняється від циклу Плама.

1.1. Доступна потенціальна енергія

У наукових працях, присвячених енергетиці атмосфери, повна потенціальна енергія розділяється на доступну та недоступну частини [1, 2]. В оборотних адіабатичних процесах, що спричиняють перетворення повної потенціальної енергії (ППЕ) у кінетичну (КЕ), потенціальна темпера-

* Тут і надалі K – кінетична енергія, P – доступна потенціальна енергія, підрядковий індекс Z позначає середньозональну енергію, а E – вихрову.

тура (θ) кожної частки повітря зберігається і, відповідно, зберігається статистичний розподіл потенціальної температури. Серед гіпотетичних станів атмосфери, що мають такий же статистичний розподіл θ , як й реальний стан, є один, який має найменшу ППЕ і береться як еталонний. У цьому стані ізобаричні та ізентропічні поверхні є горизонтальними і θ ніде не зменшується з висотою.

Згідно з Лоренцем [2], недоступною енергією (НПЕ) вважається ППЕ відповідного еталонного стану, а доступна енергія (ДПЕ) визначається як перевищення повної потенціальної енергії над недоступною. Оскільки оборотні адіабатичні процеси не змінюють еталонного стану, то вони, відповідно, не впливають на величину НПЕ. Тому перетворення повної потенціальної енергії у КЕ є еквівалентом перетворення доступної потенціальної енергії у КЕ.

По суті, доступна потенціальна енергія є мірою частини повної потенціальної енергії, здатної перетворитися у кінетичну енергію. Звідси й виник термін "доступна потенціальна енергія". Точно кажучи, атмосфера не може набути еталонного стану і ДПЕ є вірніше верхньою межею кількості енергії, що є доступною для перетворення у КЕ.

Генерація ДПЕ за рахунок припливу тепла, перетворення ДПЕ у КЕ у випадку оборотних адіабатичних процесів і дисипація КЕ за рахунок тертя можуть розглядатися як три складові основного енергетичного циклу загальної циркуляції атмосфери.

Для того, щоб знайти величину ДПЕ, необхідно визначити еталонний стан, який найлегше описується в ізентропічній системі координат. При цьому не будемо розглядати випадки, коли вертикальний градієнт температури перевищує сухоадіабатичний, і не будемо урахувати топографічні особливості земної поверхні.

У межах вертикального стовпа повітря з одиничним поперечним перерізом тиск p , який відповідає певній потенціальній температурі θ , дорівнює вазі повітря, потенціальна температура повітря якого перевищує θ . Це також є справедливим й для значень θ , менших θ_s біля поверхні землі, за умови, що $p(\lambda, \varphi, \theta) = p_s(\lambda, \theta)$ при $\theta < \theta_s$ (тут λ і φ – географічні довгота та широта). Це дозволяє визначити величину $p_{\dagger\dagger}(\theta)$, значення якої у будь-якій точці атмосфери дорівнює середньому значенню p на ізентропічній поверхні, що проходить через цю точку:

$$p_{\dagger\dagger}(\theta) = \frac{1}{S} \int_S p(\lambda, \varphi, \theta) dS, \quad (1.1)$$

де $dS = a^2 \cos\varphi d\lambda d\varphi$ – елемент площі, що лежить у горизонтальній площині, а інтеграл береться по області S , яка охоплює усю Землю;
 a – радіус Землі.

Якщо виразити у термінах $p(\lambda, \varphi, \theta)$ якусь величину, що характеризує такий стан, ця ж величина для еталонного стану може бути одержана заміною p на $p_{\dagger\dagger}$. Повна потенціальна енергія вертикального стовпа може бути визначена, як

$$\frac{1}{g} \int_0^{p_s} c_p T dp = \frac{c_p}{g(1+\kappa)p_{00}} \int_0^\infty p^{1+\kappa} d\theta, \quad (1.2)$$

де $p_{00} = 1000$ гПа;

$\kappa = R/c_p$;

R – газова стала для сухого повітря;

c_p – питома теплоємність повітря за сталого тиску;

T – температура повітря;

g – прискорення вільного падіння.

Тепер НПЕ може бути одержана заміною p на $p_{\dagger\dagger}$ у виразі (1.2) та інтегруванням по горизонтальній площині, а ДПЕ визначається як різниця ППЕ і НПЕ. Відзначимо, що неможна визначити ДПЕ в окремій точці або, навіть, для окремого стовпа повітря. Точна формула для ДПЕ для атмосфери у цілому має такий вигляд:

$$P = \frac{c_p}{g(1+\kappa)p_{00}} \iint_S (p^{1+\kappa} - p_{\dagger\dagger}^{1+\kappa}) d\theta dS. \quad (1.3)$$

Наведемо також наближений вираз для P , виведений Лоренцем [2]:

$$P = \frac{c_p \gamma_a \overline{\overline{T^{n2}}}}{2(\gamma_a - \overline{\overline{\gamma}}) \overline{\overline{T}}}, \quad (1.4)$$

де γ_a – сухоадіабатичний градієнт;

γ – вертикальний градієнт температури;

Подвійна риска в (1.4) означає осереднення по усій ізобаричній поверхні, а величини з двома штрихами – відхилення від такого середнього.

З виразу (1.4) випливає, що ДПЕ можна наближено виразити через середню зважену дисперсію температури по горизонталі, причому вагова функція є зворотно пропорційною осередненій по горизонталі статичній стійкості. Ясно, що наближення (1.4) буде задовільним тільки за великих значеннях параметра статичної стійкості.

Ця апроксимація узгоджується з наближеним правилом, за яким кінетична енергія генерується, коли на тому ж самому рівні холодне повітря опускається, а тепле – підіймається. Для того, щоб такий процес мав

місце, температура не повинна бути сталою на цьому рівні. Якщо стратифікація є стійкою, температура на фіксованій висоті буде збільшуватися при опусканні та зменшуватися при підйманні повітряних мас. Тому такий процес буде зменшувати горизонтальні градієнти температури. Більш того, чим менш стійкою є стратифікація, тим довше холодне повітря повинне опускатися, а тепле підійматися для того, щоб знівелювати градієнти температури. Таким чином, чим більшими є горизонтальні градієнти температури і чим меншою є стійкість, тим більше ДПЕ і, відповідно, більші значення КЕ можуть бути досягнуті [1].

Іншими словами, ДПЕ виробляється за рахунок припливу тепла, якщо, по-перше, існує нагрів тепліших та охолодження холодніших районів, що лежать на одній висоті, у результаті чого збільшуються горизонтальні градієнти температури, і, по-друге, існує нагрів повітряних мас, що лежать на більш низьких рівнях, і вихолодження на більш високих рівнях, що спричиняє зменшення статичної стійкості.

1.2. Рівняння балансу енергії

Для виведення рівнянь балансу енергії скористаємось основними рівняннями гідротермодинаміки в ізобаричній сферичній системі координат. Зауважимо, що у цих рівняннях використовуються питомі величини.

Рівняння зональної та меридіональної кількості руху записуються у вигляді:

$$\frac{du}{dt} - \ell v = -\frac{1}{a \cos \varphi} \frac{\partial \phi}{\partial \lambda} + L_{\lambda}, \quad (1.5)$$

$$\frac{dv}{dt} + \ell u = -\frac{1}{a \cos \varphi} \frac{\partial (\phi \cos \varphi)}{\partial \varphi} + L_{\varphi}, \quad (1.6)$$

де u і v – зональна та меридіональна складові вектора швидкості вітру;

t – час;

ℓ – параметр Коріоліса;

ϕ – геопотенціал;

$\mathbf{L} = (L_{\lambda}, L_{\varphi})$ – сила тертя на одиницю маси.

Геопотенціал ϕ співвідноситься з температурою та тиском через рівняння гідростатики

$$\frac{\partial \phi}{\partial p} = -\frac{RT}{p}. \quad (1.7)$$

Нарешті, рівняння термодинаміки має такий вигляд:

$$\frac{dT}{dt} - \frac{\kappa \tau T}{p} = \frac{Q}{c_p}, \quad (1.8)$$

або, записуючи його для потенціальної температури,

$$\frac{d\theta}{dt} = \frac{Q}{c_p} \left(\frac{p_{00}}{p} \right)^\kappa, \quad (1.9)$$

де Q – швидкість неадіабатичного нагріву повітря;

τ – аналог вертикальної швидкості в ізобаричній системі координат.

Для того щоб одержати рівняння балансу питомої кінетичної енергії (K), треба помножити рівняння (1.5) на u , (1.6) – на v і (1.7) на τ , а потім скласти одержані добутки. Тоді

$$\frac{dK}{dt} + \nabla \cdot (\mathbf{v}\phi) = \mathbf{v}_2 \cdot \mathbf{L} - \frac{\tau RT}{p}, \quad (1.10)$$

де $K = \frac{1}{2}(u^2 + v^2)$;

$\mathbf{v} = (u, v, \tau)$ – тривимірний вектор вітру;

$\mathbf{v}_2 = (u, v)$ – вектор вітру в горизонтальній площині;

$\mathbf{v}_2 \cdot \mathbf{L}$ – механічне джерело енергії;

$\nabla \cdot = \mathbf{i} \frac{1}{a \cos \varphi} \frac{\partial}{\partial \lambda} + \mathbf{j} \frac{1}{a \cos \varphi} \frac{\partial}{\partial \varphi} \cos \varphi + \mathbf{k} \frac{\partial}{\partial p}$ – оператор Гамільтона, який є

вектором і позначає диференціювання у просторі;

$\mathbf{i}, \mathbf{j}, \mathbf{k}$ – одиничні вектори координатних осей.

Помноживши рівняння (1.8) на c_p , одержимо рівняння балансу питомої ентальпії ($h = c_p T$), яка в ізобаричній системі координат є аналогом повної потенціальної енергії

$$\frac{dh}{dt} = \frac{\tau RT}{p} + Q, \quad (1.11)$$

Склавши (1.10) та (1.11), одержимо рівняння балансу енергії

$$\frac{d}{dt}(K + h) + \nabla \cdot (\mathbf{v}\phi) = Q + \mathbf{v}_2 \cdot \mathbf{L}, \quad (1.12)$$

в якому $K + h$ – повна енергія, $\nabla \cdot (\mathbf{v}\phi)$ – "потік енергії", Q – термічне дже-

рело енергії.

Обмін енергією між вихорами та зональним потоком можна визначити, розділивши зонально осереднені кінетичну енергію та ентальпію на складові, пов'язані з вихровим та середнім рухом. Для кінетичної енергії, як квадрата швидкості вітру, це зробити легко. Осереднивши K по широтному колу та використавши поняття середньозональної величини і відхилення від неї:

$$x = \bar{x} + x', \quad \bar{x} = \frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} x d\lambda,$$

одержимо для середньозональної (K_Z) та вихрової (K_E) кінетичних енергій:

$$K_Z = \frac{1}{2} (\bar{u}^2 + \bar{v}^2), \quad (1.13)$$

$$K_E = \frac{1}{2} (\overline{u'^2} + \overline{v'^2}). \quad (1.14)$$

Застосувавши аналогічну процедуру для ентальпії, використавши поняття ДПЕ та декілька видозмінивши наближене рівняння (1.4), одержимо такі вирази для середньозональної (P_Z) та вихрової (P_E) доступних потенціальних енергій:

$$P_Z = \frac{b_2}{2} \left(\bar{T} - \bar{\bar{T}} \right)^2, \quad (1.15)$$

$$P_E = \frac{b_2}{2} \overline{T'^2}, \quad (1.16)$$

де

$$b_2 = \frac{R}{p} \left(\kappa \frac{\bar{\bar{T}}}{p} - \frac{\partial \bar{\bar{T}}}{\partial p} \right)^{-1}. \quad (1.17)$$

Подвійна риска зверху, як й у рівнянні (1.4), означає осереднення по усій ізобаричній поверхні, тому для знаходження величин P_Z і P_E потрібно розраховувати середні глобальні значення.

1.3. Цикл енергії на основі ейлерової середньої

Для того, щоб вивести рівняння балансу середньозональних та вихрових енергій, спочатку на основі рівнянь (1.5)-(1.8) потрібно одержати

рівняння для середніх та відхилень від них, а потім здійснити алгебраїчні операції, як це робилося при виведенні рівняння (1.10). Запишемо остаточний результат цих дій у такому вигляді:

$$\int_{\mathbf{v}} \frac{\partial K_Z}{\partial t} d\mathbf{v} = -C(K_Z \rightarrow K_E) + C(P_Z \rightarrow K_Z) + F_2(K_Z) + S(K_Z), \quad (1.18a)$$

$$\int_{\mathbf{v}} \frac{\partial P_Z}{\partial t} d\mathbf{v} = -C(P_Z \rightarrow P_E) - C(P_Z \rightarrow K_Z) + F_2(P_Z) + S(P_Z), \quad (1.18б)$$

$$\int_{\mathbf{v}} \frac{\partial K_E}{\partial t} d\mathbf{v} = C(K_Z \rightarrow K_E) + C(P_E \rightarrow K_E) + F_2(K_E) + S(K_E), \quad (1.18в)$$

$$\int_{\mathbf{v}} \frac{\partial P_E}{\partial t} d\mathbf{v} = C(P_Z \rightarrow P_E) - C(P_E \rightarrow K_E) + F_2(P_E) + S(P_E), \quad (1.18г)$$

де

$$C(K_Z \rightarrow K_E)_C = - \int_{\mathbf{v}} \left[\frac{\overline{u'v'}}{a \cos \varphi} \frac{\partial (\overline{u} \cos \varphi)}{\partial \varphi} + \overline{u'\tau'} \frac{\partial \overline{u}}{\partial p} \right] d\mathbf{v}, \quad (1.19a)$$

$$C(P_Z \rightarrow P_E)_C = - \int_{\mathbf{v}} \frac{b_2 \overline{v'T'}}{a \cos \varphi} \frac{\partial (\overline{T} \cos \varphi)}{\partial \varphi} d\mathbf{v}, \quad (1.19б)$$

$$C(P_Z \rightarrow K_Z)_C = - \int_{\mathbf{v}} \frac{R}{p} \overline{T\tau} d\mathbf{v}, \quad (1.19в)$$

$$C(P_E \rightarrow K_E)_C = - \int_{\mathbf{v}} \frac{R}{p} \overline{T'\tau'} d\mathbf{v}, \quad (1.19г)$$

$$F_2(K_Z)_C = - \int_{\mathbf{v}} \left\{ \frac{1}{a \cos \varphi} \frac{\partial}{\partial \varphi} \left[(\overline{\phi v} + \overline{u u'v'}) \cos \varphi \right] + \frac{\partial}{\partial p} (\overline{\phi \tau} + \overline{u u'\tau'}) \right\} d\mathbf{v}, \quad (1.20a)$$

$$F_2(P_Z)_C = - \int_{\mathbf{v}} \frac{b_2}{a \cos \varphi} \frac{\partial}{\partial \varphi} (\overline{T T'v'} \cos \varphi) d\mathbf{v}, \quad (1.20б)$$

$$F_2(K_E)_C = - \int_{\mathbf{v}} \left[\frac{1}{a \cos \varphi} \frac{\partial}{\partial \varphi} (\overline{\phi'v'} \cos \varphi) + \frac{\partial}{\partial p} (\overline{\phi'\tau'}) \right] d\mathbf{v}, \quad (1.20в)$$

$$F_2(P_E)_C = 0, \quad (1.20г)$$

$$S(K_Z)_C = \int_{\mathbf{v}} (\overline{u L_\varphi} + \overline{v L_\lambda}) d\mathbf{v}, \quad (1.21a)$$

$$S(P_Z)_C = \int_{\mathbf{v}} \overline{T} \overline{Q} d\mathbf{v}, \quad (1.21б)$$

$$S(K_E)_C = \int_{\mathbf{v}} (\overline{u' L'_\varphi} + \overline{v' L'_\lambda}) d\mathbf{v}, \quad (1.21в)$$

$$S(P_E)_C = \int_{\mathbf{v}} \overline{T'Q'} d\mathbf{v}, \quad (1.21г)$$

$$\int_{\nu} d\nu = \frac{1}{g} \int_0^{P_s} \int_{\varphi_1}^{\varphi_2} d\varphi dp. \quad (1.22)$$

Розмірністю величин у формулах (1.19)-(1.21) є Вт м⁻².

У рівняннях балансу енергій (1.18) члени, що описуються виразами (1.19), є перетвореннями одного виду енергії в інший, вирази (1.20) описують дивергенції потоків, а (1.21) – джерела або стоки відповідних видів енергії.

Незважаючи на те, що в науковій літературі [1, 3, 4] наводяться деякі варіації цієї схеми, рівняння (1.18)-(1.21) в основних рисах подають традиційне формулювання циклу енергії на основі ЕС, який подано на рис. 1.1.

Однією з модифікацій цієї схеми є додання потоку вихрової доступної потенціальної енергії. Деякі індивідуальні перетворення і потоки являють собою математичне розділення відповідних членів (1.10) і (1.11) на вихрову та середню компоненти. Але середні потоки містять члени, які є вихровими потоками K_E і P_E . Для того, щоб позбутися цього не дуже приємного факту, реорганізуємо деякі члени в рівняннях (1.19) і (1.20). Тоді

$$C(K_Z \rightarrow K_E)_C = \int_{\nu} \left[\frac{\bar{u}}{a \cos \varphi} \frac{\partial (\overline{v'u' \cos \varphi})}{\partial \varphi} + \bar{u} \frac{\partial \overline{u'\tau'}}{\partial p} \right] d\nu, \quad (1.19a')$$

$$F_2(K_Z)_C = - \int_{\nu} \left[\frac{1}{a \cos \varphi} \frac{\partial}{\partial \varphi} (\bar{\phi} \bar{v} \cos \varphi) + \frac{\partial}{\partial p} (\bar{\phi} \bar{\tau}) \right] d\nu, \quad (1.20a')$$

$$F_2(K_E)_C = - \int_{\nu} \left\{ \frac{1}{a \cos \varphi} \frac{\partial}{\partial \varphi} \left[\overline{v'(\phi' + \bar{u}u')} \cos \varphi \right] + \frac{\partial}{\partial p} \left[\overline{\tau'(\phi' + \bar{u}u')} \right] \right\} d\nu, \quad (1.20b')$$

$$C(P_Z \rightarrow P_E)_C = \int_{\nu} \left[\frac{b_2 \bar{T}}{a \cos \varphi} \frac{\partial (\overline{v'T' \cos \varphi})}{\partial \varphi} \right] d\nu, \quad (1.19b')$$

$$F_2(P_Z)_C = 0, \quad (1.20c')$$

$$F_2(P_E)_C = - \int_{\nu} \frac{b_2}{a \cos \varphi} \frac{\partial}{\partial \varphi} (\bar{T} \overline{T'v' \cos \varphi}) d\nu. \quad (1.20d')$$

Рівняння (1.20b') має перевагу перед традиційною формою (1.20b) для гравітаційних хвиль, але обидва рівняння мають проблеми в інтерпретації за наявності зсувів вітру у вертикальному та широтному напрямках.

Наявність двох варіантів рівнянь бюджету свідчить про те, що індивідуальні члени (1.18)-(1.20) не є унікальними і існує достатня кількість можливих варіантів, з яких тільки два подані вище.

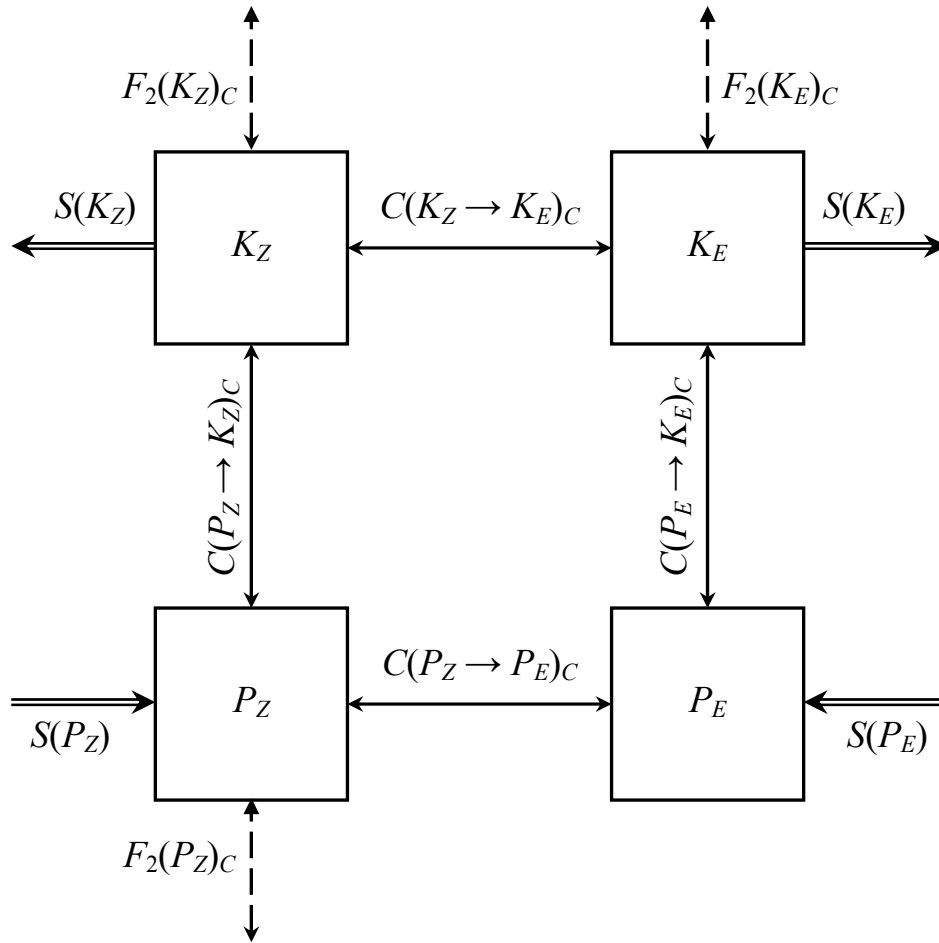


Рисунок 1.1 – Цикл енергії на основі ейлерової середньої [1]

Відзначимо деякі парадокси, які виникають, якщо фізичний сенс приписувати окремо узятим індивідуальним членам (1.18)-(1.20). Розглянемо приклад квазігеострофічної хвилі Россбі у стратифікованому потоці з зональним зсувом на β -площині за умови, що ця хвиля викликана впливом приземної орографії та розповсюджується догори. Якщо хвиля стаціонарна та консервативна ($\mathbf{L}' = 0$, $Q' = 0$), то $\partial K_E / \partial t = \partial P_E / \partial t = 0$ і за теоремою без прискорення $\partial \bar{u} / \partial t = \partial \bar{T} / \partial t = 0$ усюди, де $\partial K_Z / \partial t = \partial P_Z / \partial t = 0$. Розглянемо простий випадок розповсюдження хвилі виключно по вертикалі, тобто $\overline{u'v'} = \overline{v'\phi'} = 0$.

Якщо потік усюди є західним, то $\overline{\tau'\phi'} < 0$ і, відповідно, існує спрямований догори вихровий потік кінетичної енергії. У цьому й полягає парадокс, тому що стаціонарна топографія не створює роботи. Відповіддю є те, що існує компенсаційний середній потік енергії і цей факт іноді не враховується, коли стаціонарні хвилі розглядаються як такі, що переносять енергію до стратосфери. Для стаціонарних консервативних хвиль середня вертикальна швидкість $\bar{\tau}$ не дорівнює нулю, тому повний спрямований догори потік кінетичної енергії дорівнює $\overline{\tau'\phi'} + \bar{\tau}\bar{\phi}$. При інтегруванні ж по широтному колу повний спрямований догори потік K прямує

до нуля. Відповідно, неможна ігнорувати потоки, пов'язані з середньою меридіональною циркуляцією, яка викликана вихорами, при аналізі повного потоку.

Розглянемо тепер, як відбувається перетворення одного виду енергії в іншій. Для хвиль, що розповсюджуються догори, вихровий потік тепла $\overline{v'T'}$ спрямований на північ. Якщо припустити західний зсув, то $\overline{T}$ збільшується до півночі і $C(P_Z \rightarrow P_E)_C > 0$. Далі, через те, що для сталих рухів в адіабатичному наближенні $\overline{v'\theta'} \partial \overline{\theta} / \partial y = \overline{\tau'\theta'} \partial \overline{\theta} / \partial p = 0$ і $\overline{\tau'T'} > 0$, то $C(P_E \rightarrow K_E)_C > 0$. Також, $\overline{\tau T} < 0$ і $C(K_Z \rightarrow P_Z)_C > 0$. Навпаки, для східного зсуву знаки усіх членів є протилежними. Отже, схема на основі ЕС припускає "бароклінне" перетворення $(K_Z \rightarrow P_Z \rightarrow P_E \rightarrow K_E)$ для західного зсуву та зворотне – для східного зсуву. Але припущені умови забезпечують рівність нулю усіх тенденцій видів енергії, тобто члени у правій частині кожного рівняння (1.18) у підсумки повинні дорівнювати нулю.

Отже, при інтерпретації такого типу процесів необхідно бути дуже обережним. Може бути неумотивованим, наприклад, урахування ненульової величини $C(P_Z \rightarrow P_E)_C$ як показника тенденції збільшення P_Z за рахунок P_E . Це перетворення має сенс тільки у контексті усієї схеми аналізу.

Відзначимо також, що Хеймбергер та Хантел [7, 8] запропонували розглядати повне перетворення ДПЕ у КЕ як суму впливу процесів сіткового ($\overline{\overline{\tau T}} R/p$) та підсіткового ($\overline{\overline{\tau'T'}} R/p$) масштабів, тому що останній член є аналогічним генерації кінетичної енергії турбулентності за рахунок сили плавучості. Цю генерацію можна виразити через турбулентні потоки тепла і вологи. Хеймбергер та Хантел показали, що величини перетворення за рахунок зазначених вище процесів є майже однаковими.

1.4. Цикл енергії на основі трансформованої ейлерової середньої

Як було показане вище, цикл енергії з ЕС ґрунтується на розділенні потокових членів у вигляді

$$\overline{\tau T} = \overline{\tau T} + \overline{\tau'T'},$$

при цьому $\overline{\tau T}$ розглядається як потік, пов'язаний з середнім рухом, а $\overline{\tau'T'}$ – як компонент, що виникає за наявності вихорів. Хоч такий підхід й є математично правильним, але використовувати його для прямої фізичної інтерпретації було б помилковим. Пов'язано це з тим, що ейлерова середня $\overline{\tau}$ містить внесок, який фізично не можна відокремити від вих-

рового руху, і, відповідно, частина "середнього потоку" $\bar{\tau}\bar{T}$ фізично пов'язана з вихорами.

Щоб позбутися зазначеної помилки можна використати лагранжове формулювання. Наприклад, у теорії узагальненої лагранжової середньої співвідношення між ейлеровою та лагранжовою ($\bar{\tau}^L$) середніми є таким:

$$\bar{\tau} = \bar{\tau}^L - \bar{\tau}^S,$$

де $\bar{\tau}^S$ – корекція Стокса, яка дорівнює нулю, якщо відсутні вихори.

За умов "без прискорення" $\bar{\tau}^L = 0$ і, відповідно, $\bar{\tau} = -\bar{\tau}^S$. Таким чином, може існувати ненульова ейлерова середня меридіональна циркуляція, що виникає за відсутності вихорів, навіть коли вихори не спричиняють тривалі зміни у середньому стані.

У своїй роботі Плам [3] запропонував використовувати поняття залишкової меридіональної циркуляції, яке ґрунтується на трансформованих ейлерових середніх:

$$\bar{v}^* = \bar{v} + \frac{\partial}{\partial p} \left(\frac{p}{R} b_2 \overline{T'v'} \right), \quad (1.21)$$

$$\bar{\tau}^* = \bar{\tau} - \frac{pb_2}{Ra \cos \varphi} \frac{\partial}{\partial \varphi} \left(\overline{T'v'} \cos \varphi \right). \quad (1.22)$$

Члени, що містять вихрові потоки, за умови "без прискорення" відповідають корекції Стокса і, відповідно, залишкова циркуляція пов'язана з лагранжовою циркуляцією.

Ґрунтуючись на складових залишкової меридіональної циркуляції, уведемо поняття ефективного потоку кількості руху **B** (або "вихрового радіаційного напруження"), яке є протилежним за знаком потоку Еліасена-Пальма. Також **B** є аналогом потоку псевдокількості руху в теорії узагальненої лагранжової середньої і є бездивергентним за умов "без прискорення". Вираз для складових потоку **B** має вигляд

$$\mathbf{B} = \begin{bmatrix} B_\varphi \\ B_p \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \overline{u'v'} + \frac{pb_2 \overline{T'v'}}{R} \frac{\partial \bar{u}}{\partial p} \\ \overline{u'\tau'} + \frac{pb_2 \overline{T'v'}}{R} \left(\ell - \frac{1}{a \cos \varphi} \frac{\partial \bar{u} \cos \varphi}{\partial \varphi} \right) \end{bmatrix}. \quad (1.23)$$

Процедура виведення балансових рівнянь є аналогічною тій, що використовувалась при одержанні системи (1.18), яка, до того ж, залиша-

ється без змін, а змінюється тільки формулювання (1.19)-(1.20). З урахуванням (1.21)-(1.23) формули, що описують перетворення одного виду енергії в іншій, і потоки енергій записуються у такому вигляді:

$$C(K_Z \rightarrow K_E)_T = \int_{\mathbf{v}} \bar{u} \left[\frac{1}{a \cos \varphi} \frac{\partial (B_\varphi \cos \varphi)}{\partial \varphi} + \frac{\partial B_p}{\partial p} \right] d\mathbf{v}, \quad (1.24a)$$

$$C(P_Z \rightarrow P_E)_T = 0, \quad (1.24б)$$

$$C(P_Z \rightarrow K_Z)_T = - \int_{\mathbf{v}} \frac{R}{p} \bar{T} \bar{\tau}^* d\mathbf{v}, \quad (1.24в)$$

$$C(P_E \rightarrow K_E)_T = - \int_{\mathbf{v}} \frac{R}{p} \bar{T}' \bar{\tau}' d\mathbf{v}, \quad (1.24г)$$

$$F_2(K_Z)_T = - \int_{\mathbf{v}} \left[\frac{1}{a \cos \varphi} \frac{\partial}{\partial \varphi} (\bar{\phi} \bar{v}^* \cos \varphi) + \frac{\partial \bar{\phi} \bar{\tau}^*}{\partial p} \right] d\mathbf{v}, \quad (1.25a)$$

$$F_2(P_Z)_T = \int_{\mathbf{v}} \frac{1}{\kappa} \frac{\partial}{\partial p} \left\{ b_2 p \left[\frac{\bar{v}' T'}{a \cos \varphi} \frac{\partial \bar{T} \cos \varphi}{\partial \varphi} + \bar{\tau}' T' \left(\frac{\partial \bar{T}}{\partial p} - \frac{\kappa \bar{T}}{p} \right) \right] \right\} d\mathbf{v}, \quad (1.25б)$$

$$F_2(K_E)_T = - \int_{\mathbf{v}} \left\{ \frac{1}{a \cos \varphi} \frac{\partial}{\partial \varphi} \left[(\bar{\phi}' \bar{v}' + \bar{u} B_\varphi) \cos \varphi \right] + \frac{\partial}{\partial p} (\bar{\phi}' \bar{\tau}' + \bar{u} B_p) \right\} d\mathbf{v}, \quad (1.25в)$$

$$F_2(P_E)_T = 0. \quad (1.25г)$$

Таким чином, цикл енергії в атмосфері на основі ТЕС описується набором рівнянь (1.24), (1.25), (1.21) і показаний на рис. 1.2.

Якщо зіставити системи (1.19)-(1.20) і (1.24)-(1.25), то можна побачити, що визначення окремих членів істотно розрізняються. Найважливішим є те, що цикл енергії на основі ТЕС не має перетворення вихрової доступної потенціальної енергії в середньозональну; єдиним перетворенням енергії середнього потоку у вихрову енергію залишається член $C(K_Z \rightarrow K_E)_T$, який визначається як продуктивність роботи вихорів на середньому стані атмосфери.

Також інший вигляд має й вихровий потік кінетичної енергії, який є узагальненням виразу (1.20в'), якщо $v' = 0$ або $\ell = 0$ і $\bar{u} = \text{const}$. Для стаціонарної консервативної плоскої хвилі можна легко показати, що цей потік дорівнюватиме $s\mathbf{B}$, тобто для цього випадку він є продуктивністю роботи хвилеподібної матеріальної поверхні, що рухається із зональною фазовою швидкістю s . Для розглянутого у попередньому підрозділі прикладу хвиль, викликаних впливом орографії, $s = 0$ і, відповідно, потік вихрової КЕ свідомо дорівнює нулю. Таким чином, парадокс ненульового вихрового потоку енергії, який виник у формулюванні на основі ЕС, тут вже не спостерігається.

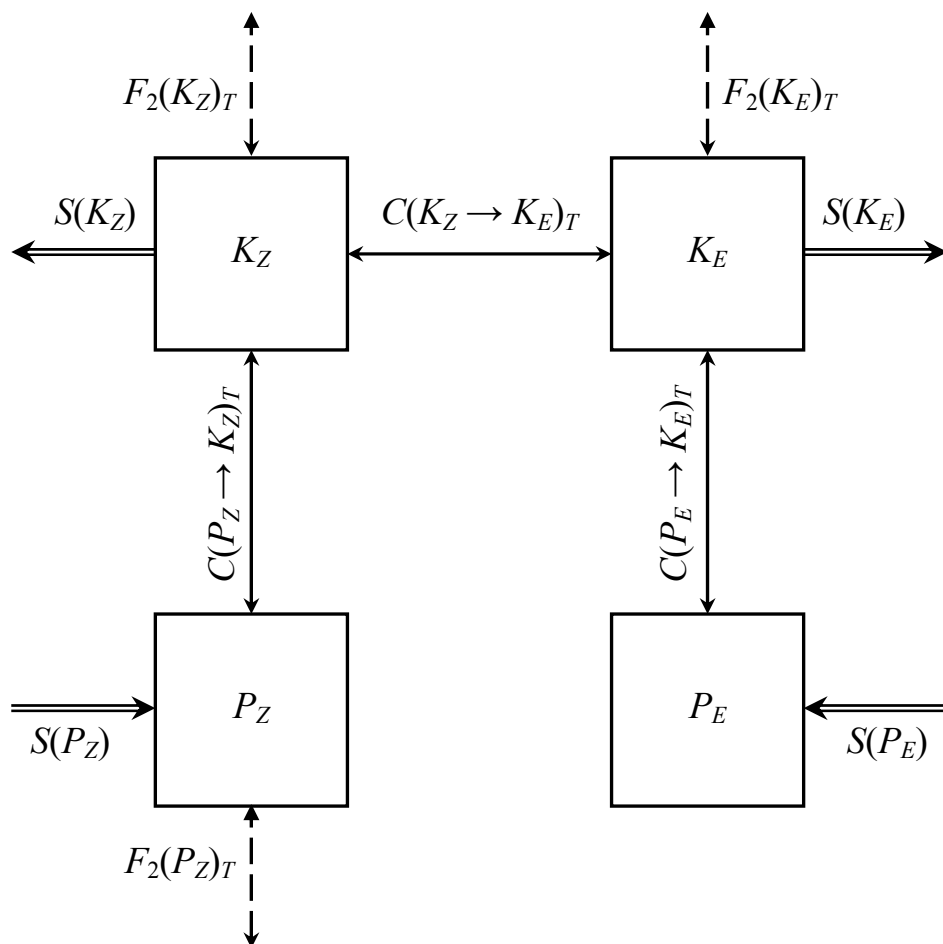


Рисунок 1.2 – Цикл енергії на основі трансформованої ейлерової середньої [3]

Розходження у формулюваннях (1.19)-(1.20) і (1.24)-(1.25) стає більш наочним при обмеженні "без прискорення". При цьому усі члени перетворення та дивергенції потоків у (1.24)-(1.25), що містять вихрові величини, прямують до нуля. Далі, через те, що не існує й викликаного вихорами посилення залишкової циркуляції, то не існує й викликаних вихорами внесків у будь-якій з членів (1.24)-(1.25), тобто цикл енергії стає незалежним від вихрових величин. Тоді, для розглянутого вище прикладу планетарної хвилі, викликаного орографією, кожний з членів перетворення та потоків прямує до нуля окремо.

Таким чином, у порівнянні з традиційним формулюванням, яке використовує ейлерові середні, цикл енергії на основі ТЕС має низку переваг. Але й він не позбавлений від недоліків. За наявності середнього нагріву та середнього тертя вихори не тільки обумовлюють середню меридіональну циркуляцію і змінюють зональний потік та середню температуру, а й змінюють і середній нагрів, і тертя, які, у свою чергу, впливають на середню циркуляцію. До того ж вихори змінюють середній нагрів за рахунок конденсаційних процесів внаслідок вихрового потоку вологи та дивергенції потоку Еліассена-Пальма.

Інакше кажучи, цикл енергії на основі ТЕС неможна застосовувати поблизу підстильної поверхні, де вплив тертя позначається найбільше, а також за реалізації істотних неадіабатичних процесів в атмосфері.

Урахувати приховане тепло конденсації для поданої в цьому підрозділі схеми достатньо просто. Стоун і Саластрі [9] довели теореми Еліассена-Пальма та "без прискорення" для залишкової меридіональної циркуляції, складові якої та потік **B** виглядають наступним чином:

$$\bar{v}^* = \bar{v} + \frac{\partial}{\partial p} \left(\frac{p}{R} b_2 \overline{v'(T' + q'L/c_p)} \right), \quad (1.26)$$

$$\bar{\tau}^* = \bar{\tau} - \frac{pb_2}{Ra \cos \varphi} \frac{\partial}{\partial \varphi} \left(\overline{v'(T' + q'L/c_p)} \cos \varphi \right), \quad (1.27)$$

$$\mathbf{B} = \begin{bmatrix} B_\varphi \\ B_p \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \overline{u'v'} + \frac{pb_2 \overline{v'(T' + q'L/c_p)}}{R} \frac{\partial \bar{u}}{\partial p} \\ \overline{u'\tau'} + \frac{pb_2 \overline{v'(T' + q'L/c_p)}}{R} \left(\ell - \frac{1}{a \cos \varphi} \frac{\partial \bar{u} \cos \varphi}{\partial \varphi} \right) \end{bmatrix}. \quad (1.28)$$

При цьому, як видно, сама схема циклу енергії на основі ТЕС не змінюється, а змінюється фізичний сенс деяких з її складових.

Більших змін зазнає цикл енергії, якщо середній нагрів урахувати у вигляді, який описується у наступному параграфі.

1.5. Модифікований цикл енергії

Беручи до уваги невизначеність між вихровим потоком та середньою меридіональною циркуляцією, Хаяші [4] змінив* рівняння кількості руху та енергії через поєднання конвергенції вихрового потоку та середньої меридіональної циркуляції. Цей поєднаний член інтерпретується як конвергенція ефективного потоку у позатропічній зоні, де середня меридіональна циркуляція, по суті, розглядається як така, що спричинена вихорами.

Для того, щоб відокремити середню меридіональну циркуляцію, спричинену вихорами за наявності середнього нагріву, як еталонний стан можна взяти гіпотетичний середній стан за відсутності вихорів. Тоді

* Терміни «transformed» у Плама та «modified» у Хаяші стосовно рівнянь кількості руху та процедури осереднення можна перекласти українською мовою як «змінений». Для того, щоб розрізняти ці дві «зміни», тут, використовуються терміни «трансформований» та «модифікований».

складові спричиненої вихорами середньої циркуляції $(\tilde{v}, \tilde{\tau})$ визначаються, як

$$(\tilde{v}, \tilde{\tau}) = (\bar{v}, \bar{\tau}) - (\bar{v}^{**}, \bar{\tau}^{**}), \quad (1.29)$$

де $(\bar{v}^{**}, \bar{\tau}^{**})$ – складові гіпотетичної "неадіабатичної середньої циркуляції", спричиненої середнім нагрівом за наявності середнього тертя.

Модифіковані рівняння ейлерових середніх припускають, що середня меридіональна циркуляція поза тропіками повністю спричиняється вихорами. Це зокрема означає, що середня меридіональна циркуляція сталого стану повністю спричинена конвергенцією вихрового потоку кількості руху. Таке припущення узгоджується з традиційною оцінкою осередненої у часі меридіональної циркуляцією при конвергенції вихрового потоку кількості руху, що спостерігається [1].

Хаяші [4] на основі модифікованих рівнянь ейлерової середніх запропонував такі формулювання для членів переходу одного виду енергії в іншій та потоків відповідних видів енергії:

$$C(K_Z \rightarrow K_E)_M = - \int_{\nu} \left[\frac{\overline{u'v'}}{a \cos \varphi} \frac{\partial(\bar{u} \cos \varphi)}{\partial \varphi} + \overline{u'\tau'} \frac{\partial \bar{u}}{\partial p} + \frac{R}{p} \bar{T} \bar{\tau} \right] d\nu + \quad (1.30a)$$

$$+ \int_{\nu} \left\{ \frac{1}{a \cos \varphi} \frac{\partial}{\partial \varphi} \left[(\bar{\phi} \bar{v} + \bar{u} \overline{u'v'}) \cos \varphi \right] + \frac{\partial}{\partial p} (\bar{\phi} \bar{\tau} + \bar{u} \overline{u'\tau'}) \right\} d\nu,$$

$$C(P_Z \rightarrow P_E)_M = - \int_{\nu} \left[\frac{b_2 \overline{v'T'}}{a \cos \varphi} \frac{\partial(\bar{T} \cos \varphi)}{\partial \varphi} - \frac{R}{p} \bar{T} \bar{\tau} \right] d\nu + \quad (1.30б)$$

$$+ \int_{\nu} \frac{b_2}{a \cos \varphi} \frac{\partial}{\partial \varphi} (\bar{T} \overline{T'v'} \cos \varphi) d\nu,$$

$$C(P_Z \rightarrow K_Z)_M = 0, \quad (1.30в)$$

$$C(P_E \rightarrow K_E)_M = - \int_{\nu} \frac{R}{p} (\bar{T} \bar{\tau} + \overline{T'\tau'}) d\nu, \quad (1.30г)$$

$$F_2(K_Z)_M = 0, \quad (1.31a)$$

$$F_2(P_Z)_M = 0, \quad (1.31б)$$

$$F_2(K_E)_M = - \int_{\nu} \left[\frac{1}{a \cos \varphi} \frac{\partial}{\partial \varphi} (\overline{\phi'v'} \cos \varphi) + \frac{\partial}{\partial p} (\overline{\phi'\tau'}) \right] d\nu - \quad (1.31в)$$

$$- \int_{\nu} \left\{ \frac{1}{a \cos \varphi} \frac{\partial}{\partial \varphi} \left[(\bar{\phi} \bar{v} + \bar{u} \overline{u'v'}) \cos \varphi \right] + \frac{\partial}{\partial p} (\bar{\phi} \bar{\tau} + \bar{u} \overline{u'\tau'}) \right\} d\nu,$$

$$F_2(P_E)_M = - \int_{\nu} \frac{b_2}{a \cos \varphi} \frac{\partial}{\partial \varphi} (\bar{T} \overline{T'v'} \cos \varphi) d\nu. \quad (1.31г)$$

З математичної точки зору, рівняння (1.30)-(1.31) є комбінацією рівнянь (1.19)-(1.20). Але за розглянутих вище умов, рівняння (1.30а) і (1.30б), застосувавши деякі математичні дії, можна записати у вигляді:

$$C(K_Z \rightarrow K_E)_M = - \int_{\mathbf{v}} \bar{u} \left(\ell \bar{v} - \frac{1}{a \cos \varphi} \frac{\partial \bar{u}' v'}{\partial \varphi} - \frac{\partial \bar{u}' v'}{\partial p} \right) d\mathbf{v}, \quad (1.30a')$$

$$C(P_Z \rightarrow P_E)_M = - \int_{\mathbf{v}} \bar{T} \left(- \frac{b_2}{a \cos \varphi} \frac{\partial \bar{T}' v'}{\partial \varphi} - \frac{R}{p} \bar{\tau} \right) d\mathbf{v}. \quad (1.30б')$$

Вирази у дужках правих частин Хаяші назвав конвергенцією ефективного потоку кількості руху та конвергенцією ефективного потоку тепла відповідно, які, як й для випадку трансформованої ейлерової середньої, можна зіставити з потоком Еліассена-Пальма.

Модифікований цикл енергії є простішим і містить менше помилок, ніж цикли на основі ЕС та ТЕС при описі взаємодії потоку середнього руху та збурень на ньому для бароклінних та планетарних хвиль.

Таким чином, модифікований цикл енергії описується системою рівнянь (1.30), (1.31) і (1.21) та показаний на рис. 1.3.

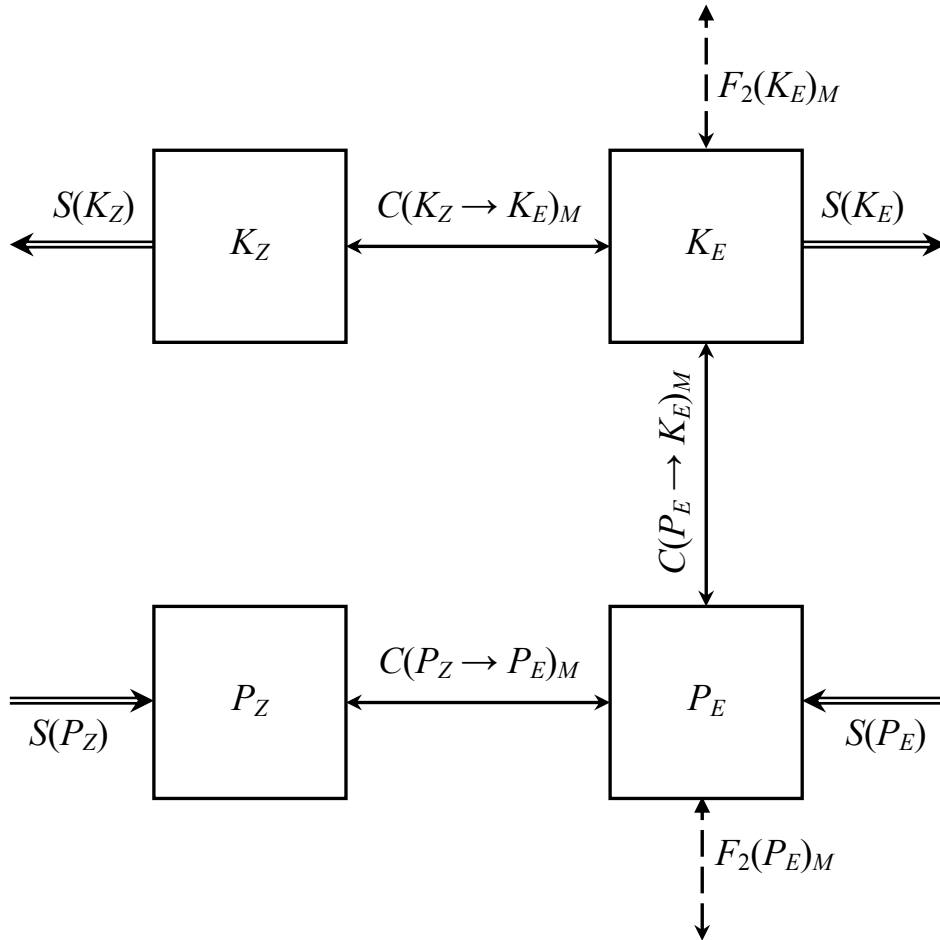


Рисунок 1.3 – Модифікований цикл енергії [4]

Подані у цьому та попередніх параграфах формулювання циклів енергії в атмосфері свідчать, що головним джерелом тропосферних планетарних хвиль може бути термічна генерація середньої потенціальної енергії, тимчасом як стратосферні планетарні хвилі підтримуються, головним чином, за рахунок повного вертикального потоку енергії з тропосфери.

Але рівняння в модифікованому циклі енергії не завжди правильно описують процес генерації середньозональної кінетичної енергії через взаємодію середнього руху та хвиль, тому що баланс середньої кількості руху є чутливим до неадіабатичної середньої циркуляції, а нею не можна знехтувати у балансі середнього тепла у позатропічній зоні.

1.6. Цикл енергії в ізобаро-ізентропічній системі координат

Три схеми енергетичного циклу, описані у пп. 1.3-1.5, свідчать про те, що визначення меридіональної циркуляції істотно впливає на формулювання самого циклу. Розробивши систему рівнянь, яка описує взаємодію хвиль і середнього потоку та ґрунтується на використанні ізобаро-ізентропічної вертикальної координати $p_{\dagger}$, Івасакі запропонував цикл енергії на основі цих рівнянь [5].

Якщо визначити середньозональні величини як функції (y, θ, t) , то

$$\bar{A} = \frac{1}{Lx} \int A(x, y, \theta, t) dx, \quad (1.32)$$

де $A(x, y, \theta, t) = A(x, y, \theta_s, t)$ для $\theta < \theta_s$ (θ_s – потенціальна температура біля поверхні землі).

Тоді ізентропічний середньозональний тиск $p_{\dagger}$ дістається з співвідношення

$$p_{\dagger} \equiv \bar{p} \quad (1.33)$$

і використовується як незалежна змінна для вертикальної координати. Вираз для аналогу вертикальної швидкості у такій системі координат можна записати, як

$$\omega_{\dagger} \equiv \frac{dp_{\dagger}}{dt}. \quad (1.34)$$

У зональному напрямку лінії сталого $p_{\dagger}$ еквівалентні ізентропам

для $\theta(y, p_{\dagger}, t) > \theta_s(x, y, t)$ та стають горизонтальними для $\theta(y, p_{\dagger}, t) < \theta_s(x, y, t)$. Глобальні середні величини на ізентропічних поверхнях визначаються як функції (θ, t)

$$\overline{\overline{A}} \equiv \frac{1}{LxLy} \iint A(x, y, \theta, t) dx dy. \quad (1.35)$$

При визначенні еталонного стану атмосфери як вертикальна координата використовується глобальний середній тиск, який задається через

$$p_{\dagger\dagger} \equiv \overline{\overline{p}}. \quad (1.36)$$

Для усіх консервативних бюджетів їх середньозональні величини розраховуються з масовою вагою $\partial p / \partial p_{\dagger}$

$$\overline{A^*} = \overline{A \frac{\partial p}{\partial p_{\dagger}}}. \quad (1.37)$$

Для довгот, на яких $\theta < \theta_s$, масова вага дорівнює нулю, що приводить до прийнятного подання нижньої межевої умови. Як вихори розуміють відхилення від масово-зважених середньозональних величин

$$A' \equiv A - \overline{A^*}. \quad (1.38)$$

Якщо кутові дужки позначають інтегрування по вертикалі та меридіану на одиницю відстані по довжині широтного кола, тобто

$$\langle A_Z \rangle \equiv \frac{1}{gL_y} \int \int_0^{p_{\dagger s}} A_Z dp_{\dagger} dy, \quad (1.38)$$

де A_Z є довільною величиною, що залежить від y і $p_{\dagger}$, але не залежить x , то інтеграл масово-зваженої середньозональної величини стає глобальним інтегралом на одиницю площі

$$\begin{aligned} \langle \overline{A^*} \rangle &= \frac{1}{gL_y L_x} \iint \int_0^{p_s} A dp dx dy = \\ &= \frac{1}{g} \int_0^{p_{\dagger\dagger s}} \int \overline{A \frac{\partial p}{\partial p_{\dagger}}} dp_{\dagger\dagger}. \end{aligned} \quad (1.39)$$

Відзначимо, що у випадку, коли A залежить від x , $\langle \overline{A} \rangle$ не дорівнює глобальному інтегралу (1.39). Таким чином, масова вага є необхідною для вираження консервативної природи бюджету.

Для формулювання бюджету енергії використовуються середньозональні рівняння нерозривності

$$\left(\frac{\partial \overline{v}^*}{\partial y} \right)_{p_{\dagger}} + \frac{\partial \overline{\omega}_{\dagger}^*}{\partial p_{\dagger}} = 0, \quad (1.40)$$

термодинаміки

$$\overline{\dot{\theta}}^* = \left(\frac{\partial \theta}{\partial t} \right)_{p_{\dagger}} + \overline{v}^* \left(\frac{\partial \theta}{\partial y} \right)_{p_{\dagger}} + \overline{\omega}_{\dagger}^* \frac{\partial \theta}{\partial p_{\dagger}} = \left[\frac{Q}{\Pi(p)} \right]^*, \quad (1.41)$$

а також зональної та меридіональної кількості руху:

$$\left(\frac{\partial \overline{u}^*}{\partial t} \right)_{p_{\dagger}} = -\overline{v}^* \left(\frac{\partial \overline{u}^*}{\partial y} \right)_{p_{\dagger}} - \overline{\omega}_{\dagger}^* \frac{\partial \overline{u}^*}{\partial p_{\dagger}} + \ell \overline{v}^* + \nabla \cdot \mathbf{F} + \overline{L}_{\lambda}^*, \quad (1.42)$$

$$\begin{aligned} \left(\frac{\partial \overline{v}^*}{\partial t} \right)_{p_{\dagger}} = & -\overline{v}^* \left(\frac{\partial \overline{v}^*}{\partial y} \right)_{p_{\dagger}} - \overline{\omega}_{\dagger}^* \frac{\partial \overline{v}^*}{\partial p_{\dagger}} - f \overline{u}^* - \frac{\partial \theta}{\partial p_{\dagger}} \left[\frac{\partial}{\partial y} \frac{\partial p_{\dagger}}{\partial \theta} \overline{(v'^2)^*} \right] - \\ & - \frac{\partial}{\partial p_{\dagger}} \left[\frac{\partial p_{\dagger}}{\partial \theta} \overline{(v' \dot{\theta}')^*} \right] - \left(\frac{\partial M}{\partial y} \right)_{\theta}^* + \overline{L}_{\varphi}^*. \end{aligned} \quad (1.43)$$

У цих рівняннях $\Pi(p)$ є функцією Екснера, що визначається через

$$\Pi(p) \equiv c_p \left(\frac{p}{p_{00}} \right)^{\kappa} = c_p \frac{T}{\theta}, \quad (1.44)$$

дивергенція потоку Еліассена-Пальма $\nabla \cdot \mathbf{F}$ та його вертикальна складова записуються, як

$$\nabla \cdot \mathbf{F} = \left(\frac{\partial F_y}{\partial y} \right)_{p_{\dagger}} + \frac{\partial F_{p_{\dagger}}}{\partial p_{\dagger}}, \quad (1.45)$$

$$\mathbf{F} = (F_x, F_y) = \left[-\overline{(u'v')^*}, -\overline{(u'\omega'_\dagger)^*} - p \overline{\left(\frac{\partial \phi}{\partial x} \right)}_{p_\dagger} \right], \quad (1.46)$$

а $M \equiv \phi + c_p T$ є функцією Монтгомері.

Вирази для середньозональних доступної потенціальної і кінетичної енергій та вихрових доступної потенціальної і кінетичної енергій у цій системі координат записуються у вигляді:

$$\langle P_Z \rangle = \frac{c_p p_0^{-\kappa}}{(1+\kappa)g} \int \left(\overline{p_\dagger^{1+\kappa}} - p_\dagger^{1+\kappa} \right) d\theta, \quad (1.47)$$

$$\langle P_E \rangle = \frac{c_p p_0^{-\kappa}}{(1+\kappa)gL_y} \iint \left(\overline{p^{1+\kappa}} - p_\dagger^{1+\kappa} \right) d\theta dy, \quad (1.48)$$

$$K_Z = \frac{1}{2} \left\langle \overline{u'^2} \right\rangle + \frac{1}{2} \left\langle \overline{v'^2} \right\rangle, \quad (1.49)$$

$$K_E = \frac{1}{2} \left\langle \overline{(u'^2)^*} \right\rangle + \frac{1}{2} \left\langle \overline{(v'^2)^*} \right\rangle. \quad (1.50)$$

Нарешті, формули для рівнянь бюджету різних видів енергії записуються наступним чином:

$$\frac{\partial}{\partial t} \langle P_Z \rangle = -C(P_Z \rightarrow K_Z)_\dagger + S(P_Z)_\dagger, \quad (1.51a)$$

$$\frac{\partial}{\partial t} \langle P_E \rangle = -C(P_E \rightarrow K_Z)_\dagger - C(P_E \rightarrow K_E)_\dagger + S(P_E)_\dagger, \quad (1.51б)$$

$$\frac{\partial}{\partial t} \langle K_Z \rangle = C(P_Z \rightarrow K_Z)_\dagger + C(P_E \rightarrow K_Z)_\dagger - C(K_Z \rightarrow K_E)_\dagger + S(K_Z)_\dagger, \quad (1.51в)$$

$$\frac{\partial}{\partial t} \langle K_E \rangle = C(P_E \rightarrow K_E)_\dagger + C(K_Z \rightarrow K_E)_\dagger + S(K_E)_\dagger, \quad (1.51в)$$

де

$$C(P_Z \rightarrow K_Z)_\dagger = - \left\langle \overline{v^*} \left(\frac{\partial M_\dagger}{\partial y} \right)_\theta \right\rangle, \quad (1.52a)$$

$$C(P_E \rightarrow K_Z)_\dagger = - \left\langle \overline{u^*} \frac{\partial}{\partial p_\dagger} \overline{p \left(\frac{\partial \phi}{\partial x} \right)}_{p_\dagger} \right\rangle - \left\langle \overline{v^*} \left[\left(\frac{\partial M}{\partial y} \right)_\theta^* - \left(\frac{\partial M_\dagger}{\partial y} \right)_\theta \right] \right\rangle, \quad (1.52б)$$

$$C(P_E \rightarrow K_E)_\dagger = - \left\langle \left[\overline{u' \left(\frac{\partial M}{\partial x} \right)'_{p_\dagger}} \right]^* \right\rangle - \left\langle \left[\overline{v' \left(\frac{\partial M}{\partial y} \right)'_{\theta}} \right]^* \right\rangle, \quad (1.52\text{в})$$

$$C(K_Z \rightarrow K_E)_\dagger = \left\langle \overline{u^*} \frac{\partial \theta}{\partial p_\dagger} \left[\frac{\partial}{\partial y} \frac{\partial p_\dagger}{\partial \theta} \overline{(u'v')^*} \right]_{\theta} \right\rangle + \left\langle \overline{v^*} \frac{\partial \theta}{\partial p_\dagger} \left[\frac{\partial}{\partial y} \frac{\partial p_\dagger}{\partial \theta} \overline{(v'^2)^*} \right]_{\theta} \right\rangle + \left\langle \overline{u^*} \frac{\partial}{\partial p_\dagger} \left[\frac{\partial p_\dagger}{\partial \theta} \overline{(u'\dot{\theta})^*} \right] \right\rangle + \left\langle \overline{v^*} \frac{\partial}{\partial p_\dagger} \left[\frac{\partial p_\dagger}{\partial \theta} \overline{(v'\dot{\theta})^*} \right] \right\rangle. \quad (1.52\text{г})$$

Неадіабатичні джерела (стоки) середньозональної та вихрової доступної потенціальної енергії задаються через:

$$S(P_Z)_\dagger = \left\langle \left[\frac{\overline{Q}}{\overline{\Pi(p)}} \right]^* \Pi(p_\dagger) \right\rangle, \quad (1.53\text{а})$$

$$S(P_E)_\dagger = \left\langle \overline{Q^*} - \left[\frac{\overline{Q}}{\overline{\Pi(p)}} \right]^* \Pi(p_\dagger) \right\rangle, \quad (1.53\text{б})$$

відповідно. Член неадіабатичного вихрового нагріву (1.53б) звичайно створює вихрову доступну потенціальну енергію внаслідок неоднорідності земної поверхні, подібної до контрасту температур суходіл-океан, але іноді зменшує її через інфрачервоне радіаційне хвильове затухання. Втрати внаслідок середніх та вихрових рухів задаються виразами:

$$S(K_Z)_\dagger = \left\langle \overline{u^* L_\lambda^*} \right\rangle + \left\langle \overline{v^* L_\varphi^*} \right\rangle, \quad (1.53\text{в})$$

$$S(K_E)_\dagger = \left\langle \overline{(u' L'_\lambda)^*} \right\rangle + \left\langle \overline{(v' L'_\varphi)^*} \right\rangle, \quad (1.53\text{г})$$

відповідно.

На рис. 1.4 показано схему перетворення енергії, що ґрунтується на рівняннях (1.51)-(1.53). Головними відмінностями від циклу енергії на базі традиційної ейлерової середньої є відсутність прямого обіму між середньозональною та вихровою доступними потенціальними енергіями, а також наявність прямого перетворення між середньою кінетичною та вихровою доступною потенціальною енергіями. Стосовно першої відмінності, описана у цьому підрозділі схема є майже такою ж, як й та, що ґрунтується на ТЕС. Обмін між P_Z та P_E у циклі на базі ЕС відбувається через

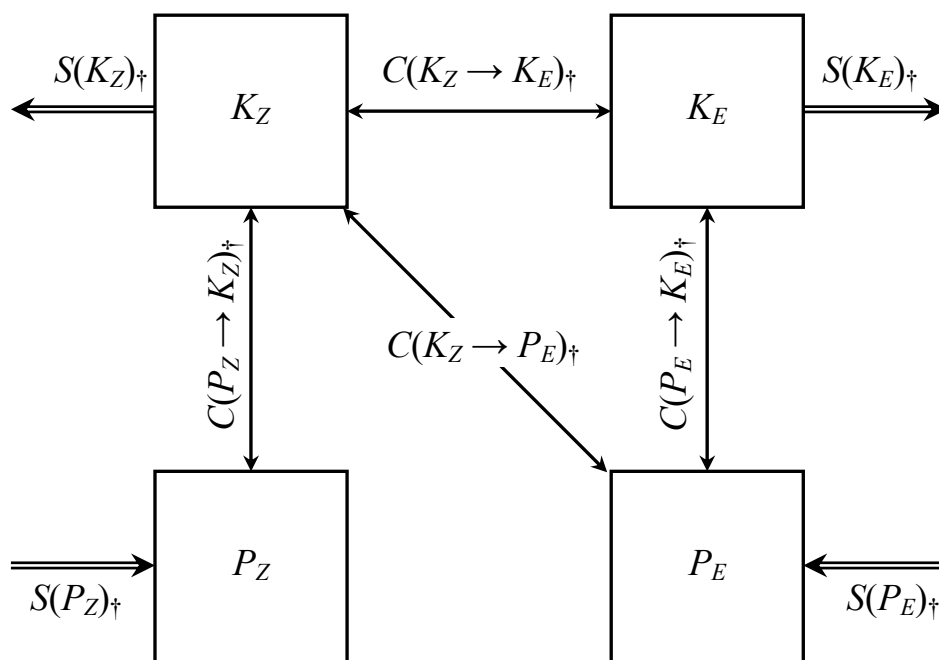


Рисунок 1.4 – Цикл енергії в ізобаро-ізоентропічній систем координат [5]

вихрову кореляцію температури з меридіональною та вертикальною складовими швидкості вітру. Як вже казалося раніше, у циклі на базі ТЕС вихрові кореляції температури не вважаються вихровим переносом, а залучаються до корекції Стокса для середньої меридіональної циркуляції. У схемі ж Івасакі, рівняння термодинаміки не містить ніяких членів вихрової корекції і тому не існує перетворення між P_Z та P_E .

Друга відмінність пов'язана з взаємодією хвиль та середнього потоку. Перетворення в (1.52б) є роботами внаслідок сил баричного градієнта, одержаними з масово-зважених середньозональних величин сили баричного градієнта. Перший член є добутком середньозонального потоку та вертикальної дивергенції потоку Еліассена-Пальма. Ці члени з'являються у рівняннях тенденції вихрової ДПЕ і середньозональної КЕ внаслідок уведення масової ваги у середньозональну величину зонального вітру. Якщо узяти середньозональну величину без масової ваги, сила баричного градієнта зникне внаслідок циклічних бокових меж у зональному напрямку, тобто $\overline{(\partial\phi/\partial x)}_p = \overline{(\partial M/\partial x)}_{p^\dagger} = 0$. Таким чином можна казати, що масова вага є необхідною величиною для членів прямого перетворення між K_Z та P_E . Через те, що в циклах енергії, розглянутих у пп. 1.3-1.5, середньозональні величини беруться вздовж ізобаричної поверхні без масової ваги, то вони й не містять член, який описує обмін енергією між K_Z та P_E . По суті, вертикальна дивергенція потоку Еліассена-Пальма також має привести до перетворення K_Z та P_E у циклі, що ґрунтується на ТЕС.

Проте підхід з ТЕС не відокремлює такий перехід енергії з перетворення між K_Z та K_E , тому що корекція Стокса передбачає геострофічний баланс.

Згідно рівнянь (1.51)-(1.52), вихрові ДПЕ та КЕ перетворюються не безпосередньо з середньозональної ДПЕ, а тільки з середньозональної КЕ, головним чином через взаємодію хвиль та середнього потоку. За відсутності стоків або джерел енергії, рівняння тенденції енергії збурення записується, як

$$\begin{aligned} \frac{\partial}{\partial t} \langle P_E + K_E \rangle = -\frac{\partial}{\partial t} \langle P_Z + K_Z \rangle = C(K_Z \rightarrow K_E) - C(P_E \rightarrow K_Z) = -\langle \overline{u^* \nabla \cdot \mathbf{F}} \rangle + \\ + \left\langle \overline{v^*} \left\{ \frac{\partial \theta}{\partial p_{\dagger}} \left[\frac{\partial}{\partial y} \frac{\partial p_{\dagger}}{\partial \theta} \overline{(v'^2)^*} \right]_{\theta} + \frac{\partial}{\partial p_{\dagger}} \left[\frac{\partial p_{\dagger}}{\partial \theta} \overline{(v' \dot{\theta}')^*} \right] + \left[\left(\frac{\partial M}{\partial y} \right)_{\theta}^* - \left(\frac{\partial M_{\dagger}}{\partial y} \right)_{\theta} \right] \right\} \right\rangle. \end{aligned} \quad (1.54)$$

Середня меридіональна швидкість $\overline{v^*}$ є малою у порівнянні з $\overline{u^*}$, так що перетворення з K_Z у K_E та P_E здійснюється, головним чином, через $\langle \overline{u^* \nabla \cdot \mathbf{F}} \rangle$, тобто коли дивергенція потоку Еліассена-Пальма не дорівнює нулю. При цьому, горизонтальна дивергенція над ізентропічними поверхнями відповідає за $C(K_Z \rightarrow K_E)_{\dagger}$, а адіабатична вертикальна дивергенція – за $C(P_E \rightarrow K_Z)_{\dagger}$, тобто через баротропну та бароклінну нестійкості відповідно.

1.7. Глобальний баланс енергії, розрахований за різними схемами

На рис. 1.5 подано глобальний цикл енергії за схемою, що ґрунтується на використанні ейлерових середніх за рівняннями (1.19)-(1.21). При цьому у нижній частині цього рисунку враховані зміни внаслідок додання потоків вихрової енергії.

Як видно з рис. 1.5, цикл енергії спрямований від середньозональної до вихрової доступної потенціальної енергії. Тобто, вихолодження у високих та нагрівання у низьких широтах за рахунок тепла від підстильної поверхні достатньо ефективно генерує P_Z . Більша частина цього припливу потім перетворюється у середньозональну кінетичну енергію, а деяка частина останньої переходить у вихрову кінетичну енергію, яка, у свою чергу, перетворюється у P_E .

Великомасштабна динаміка цього процесу може бути пояснена таким чином. Нерівномірність прогрівання у меридіональному напрямку спричиняє середній рух, на якому виникають вихори (процес передачі

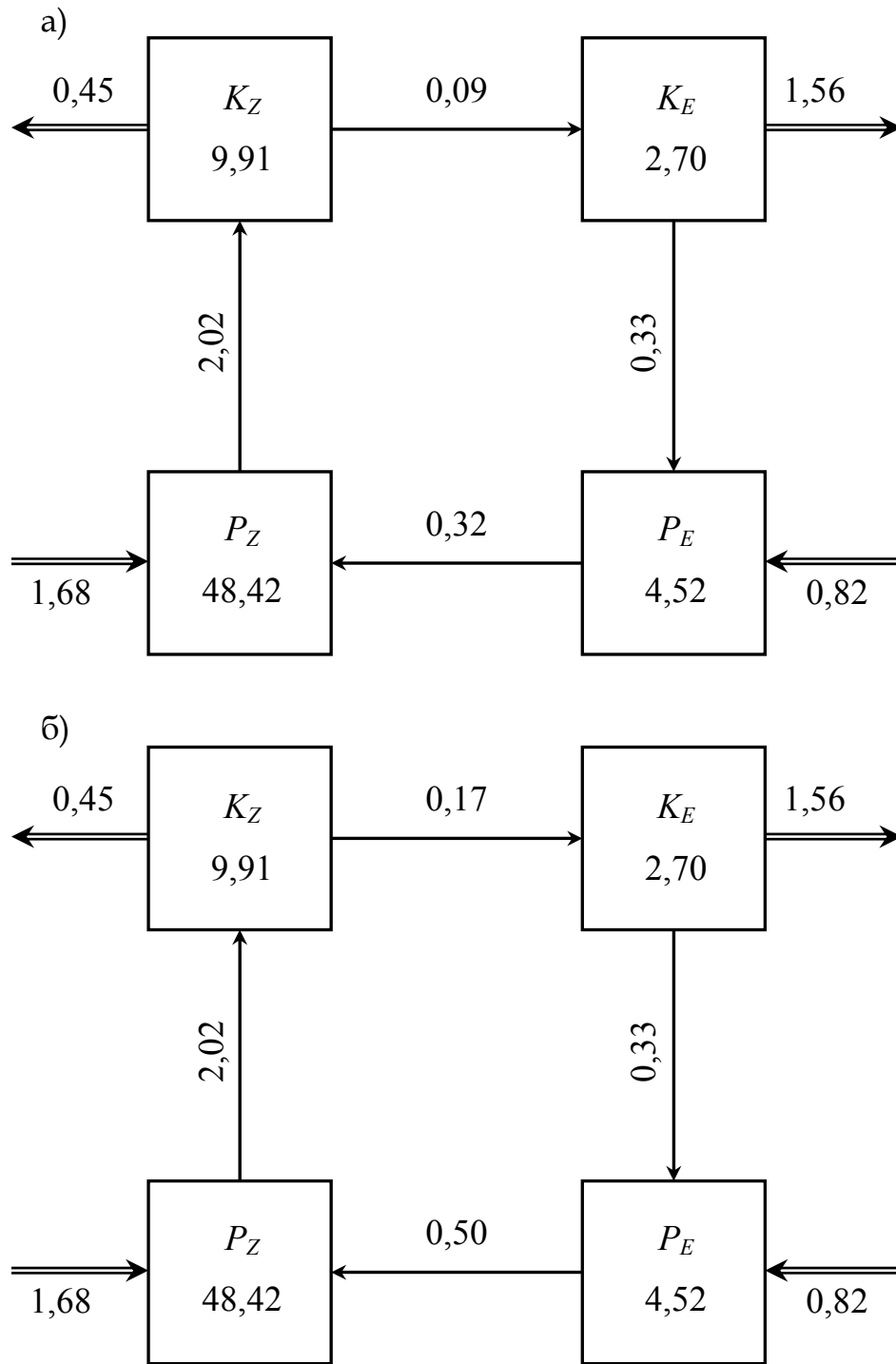


Рисунок 1.5 – Глобальний цикл енергії на основі ейлерової середньої (запаси енергії – 10^5 Дж м⁻², перетворення та джерела – Вт м⁻²) [6]

енергії по спектру хвильових рухів, про який буде йти мова у наступному розділі). Останні, разом з нерівномірним прогрівом вздовж широтного кола, викликають широтні флуктуації температури.

Фізично менш визначеним є перетворення P_Z у P_E . Хоч Лоренц [1] й зазначав саме такий перехід, але більшість пізніших досліджень показали зворотнє перетворення, а саме P_E у P_Z . Лоренц пояснював перетворення

P_Z у P_E тим, що тепло переноситься вихорами у напрямку холодніших районів. Але наявність флуктуацій на середньому русі (вихорів) визначається скоріше не якимись внутрішніми процесами, що формують поле температури, а перетворенням K_Z у K_E , тому що при осередненні для усього року різниця між температурою повітря над океанами та сушею буде менше за перенос тепла вихорами. Тоді само перетворення середньої доступної потенціальної енергії у вихрову (і навпаки) позбавляється сенсу.

Іншим не дуже приємним фактом використання циклу на основі ейлерових середніх є те, що навіть невелика, математично вірна, але фізично нічого не значуща, його модифікація призвела до істотних змін у глобальному масштабі, а саме $C(K_Z \rightarrow K_E)_C$ збільшилася майже вдвічі, а $C(P_Z \rightarrow P_E)_C$ – у півтора рази. Природно, при локальному інтегруванні (наприклад, тільки для північної півкулі) це збільшення було б компенсоване зменшенням потоків відповідних видів енергії.

Нарешті, з рис. 1.5 видно, що у глобальному масштабі відбувається збільшення усіх видів енергії, окрім вихрової кінетичної, що також не зовсім відповідає дійсності.

Рисунок 1.6 подає цикл енергії на основі трансформованої ейлерової середньої (частина а) та той же цикл, але з урахуванням прихованого тепла конденсації (частина б). Перше, на що треба звернути увагу, – хоч напрямок перетворення енергії залишився тим же, що й для попереднього випадку, але внаслідок відсутності $C(P_Z \rightarrow P_E)_T$ цикл виглядає обґрунтованішим, а саме, остаточною метою перетворень атмосферної енергії є утворення зональних флуктуацій температури, що й визначає перенос тепла з низьких широт до високих. Також можна відзначити й більшу "балансність" цього циклу, особливо у випадку, коли у формулюванні враховане приховане тепло. Видно (рис. 1.6б), що середньозональні енергії неістотно зменшуються, а вихрові (особливо P_E) – збільшуються. Останнє свідчить про те, що невелика модифікація циклу Плама, яка була запропонована у п. 1.4, може істотно покращити оцінки складових балансу енергії.

Перед тим, як проаналізувати модифікований цикл енергії, покажемо деякі очевидні залежності. Так, використовуючи (1.19)-(1.20) неважко показати, що

$$\begin{aligned} C(K_Z \rightarrow K_E)_M &= C(K_Z \rightarrow K_E)_C - C(P_Z \rightarrow K_Z)_C - F_2(K_Z)_C, \\ C(P_Z \rightarrow P_E)_M &= C(P_Z \rightarrow P_E)_C + C(P_Z \rightarrow K_Z)_C - F_2(P_Z)_C, \\ C(P_E \rightarrow K_E)_M &= C(P_E \rightarrow K_E)_C + C(P_Z \rightarrow K_Z)_C, \\ F_2(K_E)_M &= F_2(K_E)_C + F_2(K_Z)_C, \\ F_2(P_E)_M &= F_2(P_Z)_C, \end{aligned} \quad (1.32)$$

тобто, по суті, формулювання модифікованого циклу енергії є комбінацією членів перетворення та потоків циклу енергії на основі ейлерової

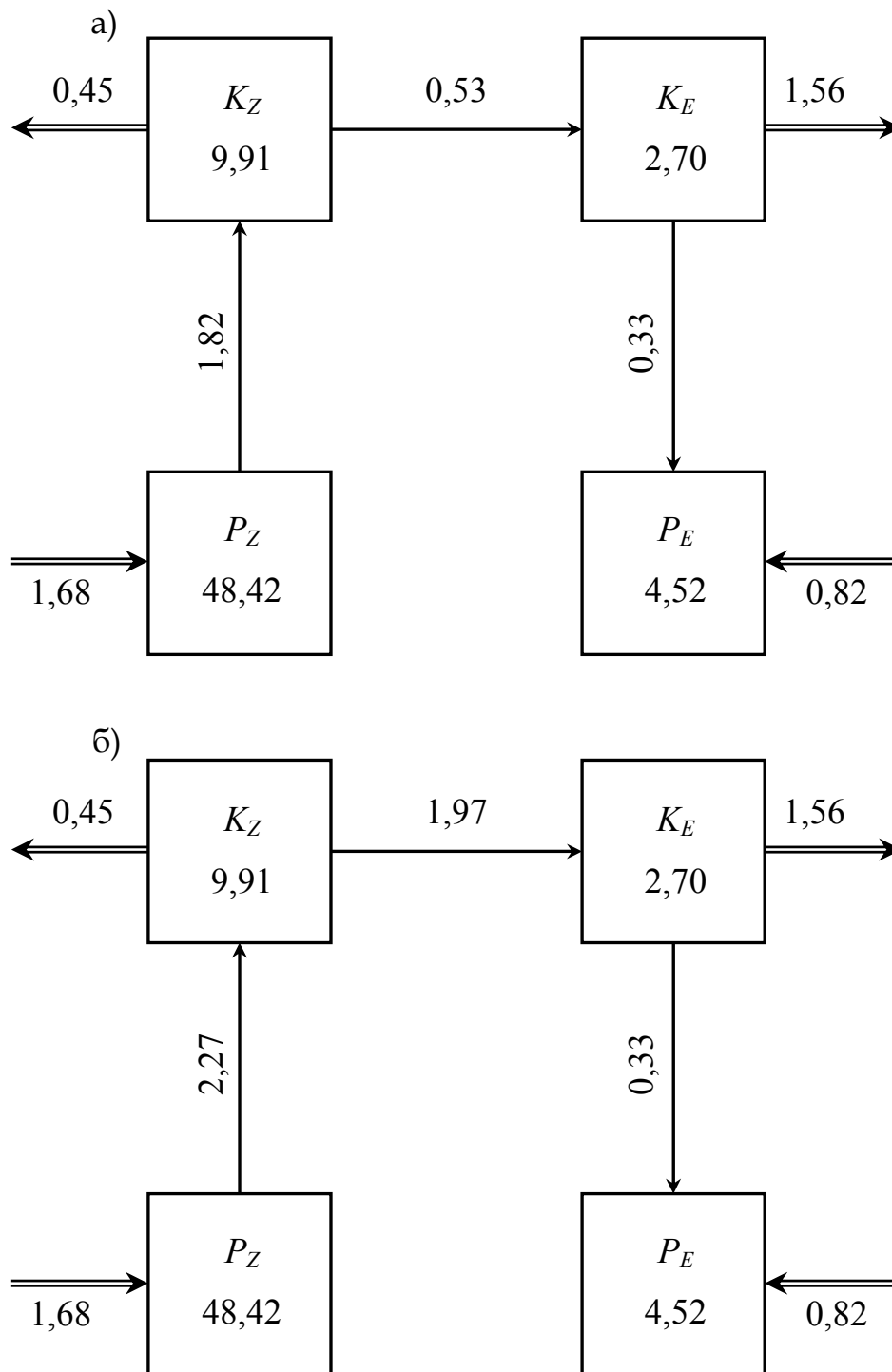


Рисунок 1.6 – Глобальний цикл енергії на основі трансформованої ейлерової середньої (порядок величин як на рис. 1.5) [6]

середньої. Таким чином, у випадку, коли є розрахункові дані для останнього, не має потреби здійснювати нові розрахунки.

Як показує рис. 1.7, основною відмінністю модифікованого циклу від двох розглянутих раніше є зворотна спрямованість перетворень енергії, а саме $P_Z \rightarrow P_E \rightarrow K_E \rightarrow K_Z$. Згідно цього циклу, відбувається накопичення середньозональної кінетичної та вихрової доступної потенціальної

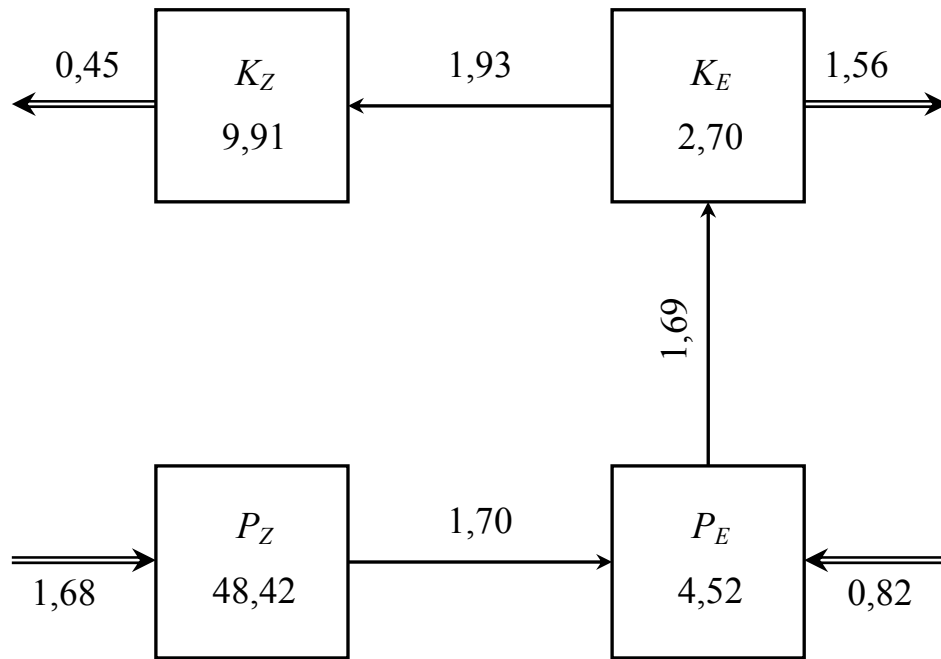


Рисунок 1.7 – Глобальний цикл енергії на основі модифікованої ейлерової середньої (порядок величин як на рис. 1.5) [6]

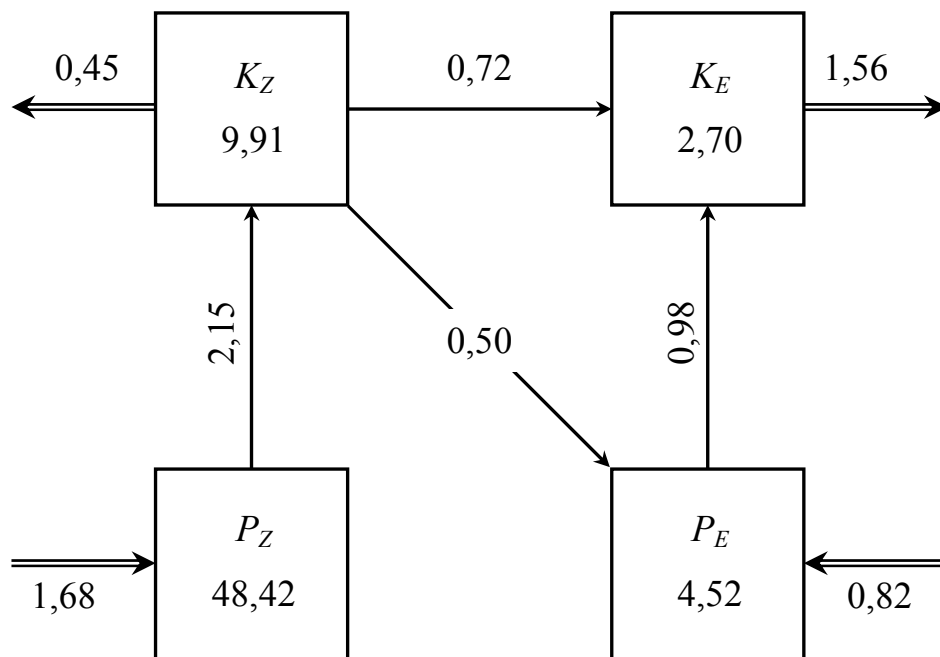


Рисунок 1.8 – Глобальний цикл енергії в ізобаро-ізентропічній системі координат (порядок величин як на рис. 1.5) [6]

енергії та зменшення інших двох. Тут також треба нагадати, що рівняння у модифікованому циклі енергії не завжди правильно описують процес генерації середньозональної кінетичної енергії.

Нарешті, на рис. 1.8 подано цикл енергії в ізобаро-ізентропічній системі координат. Тут, насамперед, є цікавим перехід середньозональної

кінетичної енергії у вихрову доступну потенціальну; його можна зіставити за величиною з іншими перетвореннями.

Отже на рис. 1.5-1.8 наведені оцінки циклу енергії за різними схемами та їх модифікаціями. Перше, що потрібно відзначити, – дисбаланс між неадіабатичними припливами тепла ($2,50 \text{ Вт м}^{-2}$) та дисипацією кінетичної енергії ($2,01 \text{ Вт м}^{-2}$), тобто незалежно від перетворень енергії в середньому за рік на земній кулі "накопичується" $0,49 \text{ Вт м}^{-2}$. Звичайно, у нашому випадку повинен спостерігатися повний баланс і одержаний результат можна пояснити недостатньою точністю апроксимації зазначених ефектів. Але цю величину можна вважати цілком задовільною, тому що одержання повного балансу при розрахунках за даними спостережень є дуже складною задачею (для приклада, величина аналогічного дисбалансу за даними деяких авторів коливається від $-0,3$ до $1,0 \text{ Вт м}^{-2}$).

Далі, потрібно визначитися, який напрямок перетворення енергії є оптимальним для середньорічного глобального циклу енергії. По-перше, для зазначених умов повинен виконуватися перехід P_Z у K_Z (що й спостерігається на рис. 1.5-1.8), тому що зональна течія навряд чи буде визначати середню температуру по широті. По-друге, міркування щодо можливості перетворення P_Z у P_E або навпаки були висловлені вище. Відзначимо, що такий перехід є відсутнім у циклі на основі ТЕС. Це пов'язано з тим, що використання у формулюванні потоку Еліассена-Пальма практично виключає таке перетворення. По-третє, у класичній інтерпретації Лоренца середньозональна кінетична енергія повинна перетворюватися у вихрову кінетичну. Але з рис. 1.5-1.8 видно, що за виключенням модифікованого циклу енергії для решти спостерігається зворотний процес. Також, на рис. 1.8 показано, що $K_Z \rightarrow P_E$ і це є результатом вертикальної дивергенції потоку Еліассена-Пальма. По-четверте, є можливим як перетворення вихрової кінетичної енергії у вихрову доступну потенціальну енергію, так й зворотний процес. Як перше, так й друге, мають своє фізичне пояснення. Наприклад, у схемі глобального циклу на рис. 1.8 у K_E перетворюється не тільки та енергія, що була одержана P_E від K_Z , а й частина внеску неадіабатичних припливів тепла.

Таким чином, ґрунтуючись на наведених вище міркуваннях, можна зробити висновок, що найбільш показним з фізичної точки зору є схема на основі ТЕС з урахуванням прихованого тепла конденсації та схема в ізобаро-ізентропічній системі координат. Непрямим підтвердженням цього висновку є дані табл. 1.1, в якій наведені величини балансу різних видів енергії. Для обох зазначених схем найістотніших змін зазнають середньозональна і вихрова доступна потенціальна енергії, причому перша зменшується, а друга збільшується.

Звичайно, неможна повністю відкидати інші схеми розрахунку циклу енергії. Наприклад, модифікований цикл енергії дуже просто описує перетворення енергії в стратосфері. Швидше за все, використання тієї

Таблиця 1.1 – Баланс різних видів енергії (Вт м⁻²) по результатах, показаних на рис. 1.5-1.8

	P_Z	K_Z	K_E	P_E
рис. 1.5а	-0,02	1,48	-1,80	0,83
рис. 1.5б	0,16	1,40	-1,72	0,65
рис. 1.6а	-0,14	0,84	-1,36	1,15
рис. 1.6б	-0,59	-0,15	0,08	1,15
рис. 1.7	-0,02	1,48	-1,80	0,83
рис. 1.8	-0,47	0,18	0,14	0,34

чи іншої схеми повинно обумовлюватися конкретними задачами з урахуванням обмежень та переваг, про які мова йшла вище.

Запитання для самоперевірки.

1. Які форми енергії існують в атмосфері?
2. Що таке доступна потенціальна енергія і чим вона відрізняється від повної та недоступної потенціальних енергій?
3. Коли має місце генерація кінетичної енергії в атмосфері?
4. Чим відрізняються середньозональна та вихрова енергії?
5. Чим відрізняються формулювання циклів енергії в атмосфері у випадках, коли для їх виведення використовується ейлерова та трансформована ейлерова середні?
6. Яким чином у цикл енергії на основі трансформованої ейлерової середньої можна залучити приховане тепло конденсації?
7. Яким є переважний напрямок перетворень енергії в атмосфері?

РОЗДІЛ 2

РОЗКЛАДАННЯ АТМОСФЕРНОЇ ЕНЕРГІЇ ПО СПЕКТРУ РУХІВ

Стан атмосфери (зокрема, її енергетика) може бути описаний за допомогою значень функцій у вузлах просторових координат або через гармонічні коефіцієнти. У просторово локалізованих структур гармонічні коефіцієнти повільно згасають; коефіцієнти визначають глобальні масштаби, але індивідуально не виявляють місцеположення таких структур.

Починаючи з робіт Солтцмена [10, 11], який застосував для аналізу передачі енергії між хвилями розкладення Фур'є, багато дослідників використовували цей метод для різних регіонів земної кулі при модельних розрахунках та аналізі даних спостережень. Мабуть найбільш значущим результатом цих досліджень є те, що зміна кінетичної енергії залежно від хвильового числа відбувається за законом "мінус третього степеня" [12]. Останнє узгоджується з класичними теоріями двовимірної та квазігеострофічної турбулентності. Максимум перетворень P_E у K_E перебуває у діапазоні максимальної бароклінної нестійкості з $n = 7$, що відповідає довжині хвилі близько 4000 км у помірних широтах. Він-Нільсен, експериментуючи з рівнянням Бюргерса [13], показав, що за достатньої додаткової сили, прикладеної на хвилі з $n = 7$, можна одержати закон "мінус першого степеня" для хвиль з $n < 7$. Тобто потік кінетичної енергії спрямований від малих хвильових чисел до великих у діапазоні дії закону "мінус третього степеня" та від малих до найменших у діапазоні дії закону "мінус першого степеня". Оскільки атмосфера не перебуває у стійкому стані, то для неї виконуються обидва закони.

Застосування для аналізу спектральної енергетики розкладення Фур'є має деякі недоліки, які пояснюються тим, що це розкладення не дозволяє описати повною мірою перетворення енергії між баротропним та бароклінним режимами, а також визначити конкретне положення масштабів, що взаємодіють. Першого з цих недоліків можна позбавитися за допомогою тривимірних функцій нормальних мод (3-D normal mode functions), а другого, – застосувавши замість тригонометричних функцій вейвлети (wavelet).

Солтцмен одержав такі рівняння для бюджету вихрової кінетичної енергії K_E :

$$\frac{\partial K_E}{\partial t} = B_{kh} + N_{kh} + B_{kv} + N_{kv} + M + C + D, \quad (2.1)$$

де

$$B_{kh} + N_{kh} + B_{kv} + N_{kv} = -\sec \varphi \frac{\partial(\overline{vK_E \cos \varphi})}{\partial \varphi} - \frac{\partial \overline{\tau K_E}}{\partial p}, \quad (2.2)$$

$$M = -\overline{u'v'} \cos \varphi \frac{\partial(\overline{u} \sec \varphi)}{\partial \varphi} - \overline{v'v'} \frac{\partial \bar{v}}{\partial \varphi} - \overline{u'\tau'} \frac{\partial \bar{u}}{\partial p} - \overline{v'\tau'} \frac{\partial \bar{v}}{\partial p} + \overline{u'u'} \operatorname{tg} \varphi \bar{v}, \quad (2.3)$$

$$C + D = -\sec \varphi \overline{u' \frac{\partial \phi'}{\partial \lambda}} - \overline{v' \frac{\partial \phi'}{\partial \lambda}} - \overline{u'L'_\lambda} - \overline{v'L'_\varphi}. \quad (2.4)$$

Члени (2.2) характеризують горизонтальну та вертикальну дивергенції K_E , які прямують до нуля при інтегруванні по закритій області. Окремо,

$$B_{kh} = -\sec \varphi \frac{\partial(\bar{v} K_E \cos \varphi)}{\partial \varphi}$$

є горизонтальним переносом K_E внаслідок середнього меридіонального потоку $\bar{v}$;

$$N_{kh} = -\sec \varphi \frac{\partial(\overline{v' K_E} \cos \varphi)}{\partial \varphi}$$

є горизонтальним переносом K_E внаслідок вихрового меридіонального потоку v' ;

$$B_{kv} = -\frac{\partial(\bar{\tau} K_E)}{\partial p}$$

є вертикальним переносом K_E внаслідок середнього вертикального потоку $\bar{\tau}$;

$$N_{kv} = -\frac{\partial \overline{\tau' K_E}}{\partial p}$$

є вертикальним переносом K_E внаслідок вихрового вертикального потоку τ' .

Члени (2.3) характеризують перенос K_E між середнім потоком та усіма вихорами. Перші два доданки в (2.4)

$$C = -\sec \varphi \overline{u' \frac{\partial \phi'}{\partial \lambda}} - \overline{v' \frac{\partial \phi'}{\partial \lambda}}$$

визначають перетворення між потенціальною та кінетичною енергією, а

останні два члени (2.4)

$$D = -\overline{u'L'_\lambda} - \overline{v'L'_\varphi}$$

є дисипацією енергії за рахунок сил тертя.

Перед тим, як сформулювати рівняння енергії, наведемо деякі основи перетворення Фур'є. Будь-яка періодична, кусочно-диференціюєма функція $f(\lambda)$ може бути розгорнена у базис Фур'є, як

$$f = \sum_{n=-\infty}^{\infty} \hat{f}_n F_n \quad (2.5)$$

або для випадку, коли є матеріальним числом,

$$f = \bar{f} + \sum_{n=1}^{\infty} |\hat{f}_n| \cos(n\lambda + \arg \hat{f}_n). \quad (2.6)$$

Коефіцієнт Фур'є при хвильовому числі n (n – ціле число) є комплексною величиною

$$\hat{f}_n \equiv \overline{f F_{-n}}, \quad (2.7)$$

а базисними функціями Фур'є є

$$F_n(\lambda) = \exp(in\lambda), \quad i \equiv \sqrt{-1}, \quad (2.8)$$

які задовольняють умові ортонормальності

$$\overline{F_n F_{n'}} = \delta_{n+n'},$$

де

$$\delta_n \equiv (\pi n)^{-1} \sin \pi n = \begin{cases} 1, & n = 0 \\ 0, & n \neq 0. \end{cases} \quad (2.9)$$

Рівність Парсеваля припускає, що

$$\overline{f'g'} = \sum_{n=1}^{\infty} (\hat{f}_n \hat{g}_{-n} + \hat{f}_{-n} \hat{g}_n) = 2 \operatorname{Re} \sum_{n=1}^{\infty} \hat{f}_n \hat{g}_{-n}.$$

На практиці межа ∞ замінюється кількістю значень функції, що є у наяв-

ності.

Для того, щоб розкласти вихрові процеси у (2.2)-(2.4) на внески від атмосферних структур окремих масштабів, Солтцмен використав ряди Фур'є і одержав

$$K_E = \sum_{n=1}^{\infty} K_{En}, \quad (2.10)$$

$$K_{En} = \hat{u}_n \hat{u}_{-n} + \hat{v}_n \hat{v}_{-n}, \quad (2.11)$$

а для бюджету KE

$$\frac{\partial K_{En}}{\partial t} = L_n^S + M_n + C_n + D_n, \quad (2.12)$$

де

$$\begin{aligned} L_n^S \equiv & \sum_{\substack{m=-\infty \\ m \neq 0}}^{\infty} \{ \sec \varphi [-in(\hat{u}_m(\hat{u}_{-n}\hat{u}_{n-m} - \hat{u}_n\hat{u}_{-n-m}) + \hat{v}_m(\hat{v}_{-n}\hat{v}_{n-m} - \hat{v}_n\hat{v}_{-n-m})) - \\ & - \hat{u}_{-n} \frac{\partial(\hat{u}_m \hat{v}_{n-m} \cos \varphi)}{\partial \varphi} - \hat{u}_n \frac{\partial(\hat{u}_m \hat{v}_{-n-m} \cos \varphi)}{\partial \varphi} - \\ & - \hat{v}_{-n} \frac{\partial(\hat{v}_m \hat{v}_{n-m} \cos \varphi)}{\partial \varphi} - \hat{v}_n \frac{\partial(\hat{v}_m \hat{v}_{-n-m} \cos \varphi)}{\partial \varphi}] - \\ & - \hat{u}_{-n} \frac{\partial(\hat{u}_m \hat{\tau}_{n-m})}{\partial p} - \hat{u}_n \frac{\partial(\hat{u}_m \hat{\tau}_{-n-m})}{\partial p} - \hat{v}_{-n} \frac{\partial(\hat{v}_m \hat{\tau}_{n-m})}{\partial p} - \hat{v}_n \frac{\partial(\hat{v}_m \hat{\tau}_{-n-m})}{\partial p} + \\ & + \operatorname{tg} \varphi [\hat{v}_m(\hat{u}_{-n}\hat{u}_{n-m} + \hat{u}_n\hat{u}_{-n-m}) - \hat{u}_m(\hat{v}_{-n}\hat{u}_{n-m} + \hat{v}_n\hat{u}_{-n-m})] \} \end{aligned} \quad (2.13)$$

є переносом KE до хвильового числа n від усіх інших ненульових хвильових чисел;

$$\begin{aligned} M_n \equiv & -2 \operatorname{Re} \left[\hat{u}_{-n} \hat{v}_n \cos \varphi \frac{\partial(\bar{u} \sec \varphi)}{\partial \varphi} + \hat{v}_{-n} \hat{v}_n \frac{\partial \bar{v}}{\partial \varphi} + \right. \\ & \left. + \hat{u}_{-n} \hat{\tau}_n \frac{\partial \bar{u}}{\partial p} + \hat{v}_{-n} \hat{\tau}_n \frac{\partial \bar{v}}{\partial p} - \operatorname{tg} \varphi \hat{u}_{-n} \hat{u}_n \bar{v} \right] \end{aligned} \quad (2.14)$$

є переносом KE до хвильового числа n від хвильового числа 0;

$$C_n \equiv -2 \operatorname{Re} \left(\sec \varphi in \hat{u}_{-n} \hat{\phi}_n + \hat{v}_{-n} \frac{\partial \hat{\phi}_n}{\partial \varphi} \right) \quad (2.15)$$

є перетворення і перенос потенціальної енергії до хвильового числа n ;

$$D_n \equiv -2 \operatorname{Re}(\hat{u}_{-n} \hat{L}_{\lambda,n} + \hat{v}_{-n} \hat{L}_{\varphi,n}) \quad (2.16)$$

є дисипацією КЕ за рахунок сил тертя на хвильовому числі n .

Таким чином, рівняння (2.13)-(2.16) описують балансове рівняння (2.12) у спектральній формі. Звичайно, ці формулювання не є унікальними, але фізичне трактування розрахунків за цими рівняннями не змінюється залежно від вигляду формулювання.

Для прикладу розглянемо спектр кінетичної енергії для середньої багаторічної зими у північній півкулі та обмежимося розкладанням тільки до $n = 36$. На рис. 2.1 наведено спектр кінетичної енергії у логарифмічному масштабі, тому зональному потоку відповідає 10^{-1} . Приблизно до хвильового числа $n = 6$ спектр підкоряється закону "мінус першого степеня", для більших хвильових чисел його поведінка близька до закону "мінус третього степеня".

На рис.2.2 подана діаграма потоків енергії; на ній була поєднана КЕ для хвильових чисел 6-10 і 11-36. Перший діапазон характеризує вихори синоптичного масштабу, а другий – короткі хвилі. Як видно з цього рисунку, середньозональна кінетична енергія (K_{E0}) збільшується за рахунок потенціальної енергії ($C_0 = 2,56 \text{ Вт м}^{-2}$) та потоку КЕ від менших масштабів ($M_0 = 0,82 \text{ Вт м}^{-2}$) і зменшується внаслідок дії сил тертя ($M_0 = 0,36 \text{ Вт м}^{-2}$).

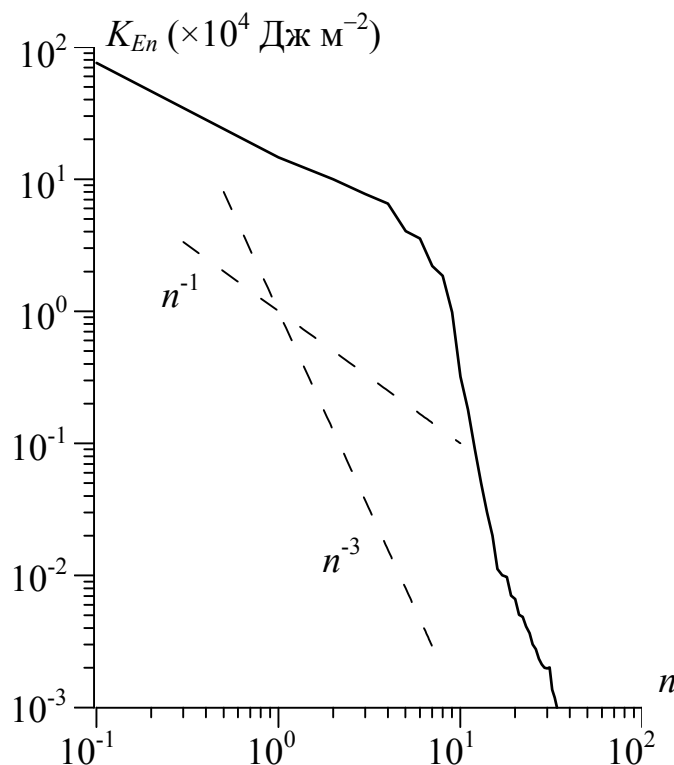


Рисунок 2.1 – Спектр КЕ для зими у північній півкулі [6]

У цілому ж баланс K_{E0} є додатним та достатньо великим. Аналогічний додатний баланс спостерігається для КЕ на хвильових числа 1, 2, 3; для решти хвильових чисел баланс КЕ є від'ємним. При цьому, за виключенням $n = 4$, потенціальна енергія підживлює кінетичну. По суті ж, діаграма на рис. 2.2 є доброю ілюстрацією того, що кінетична енергія переходить від дрібномасштабних рухів до великомасштабних. Саме цей процес є характерним для зимньої півкулі.

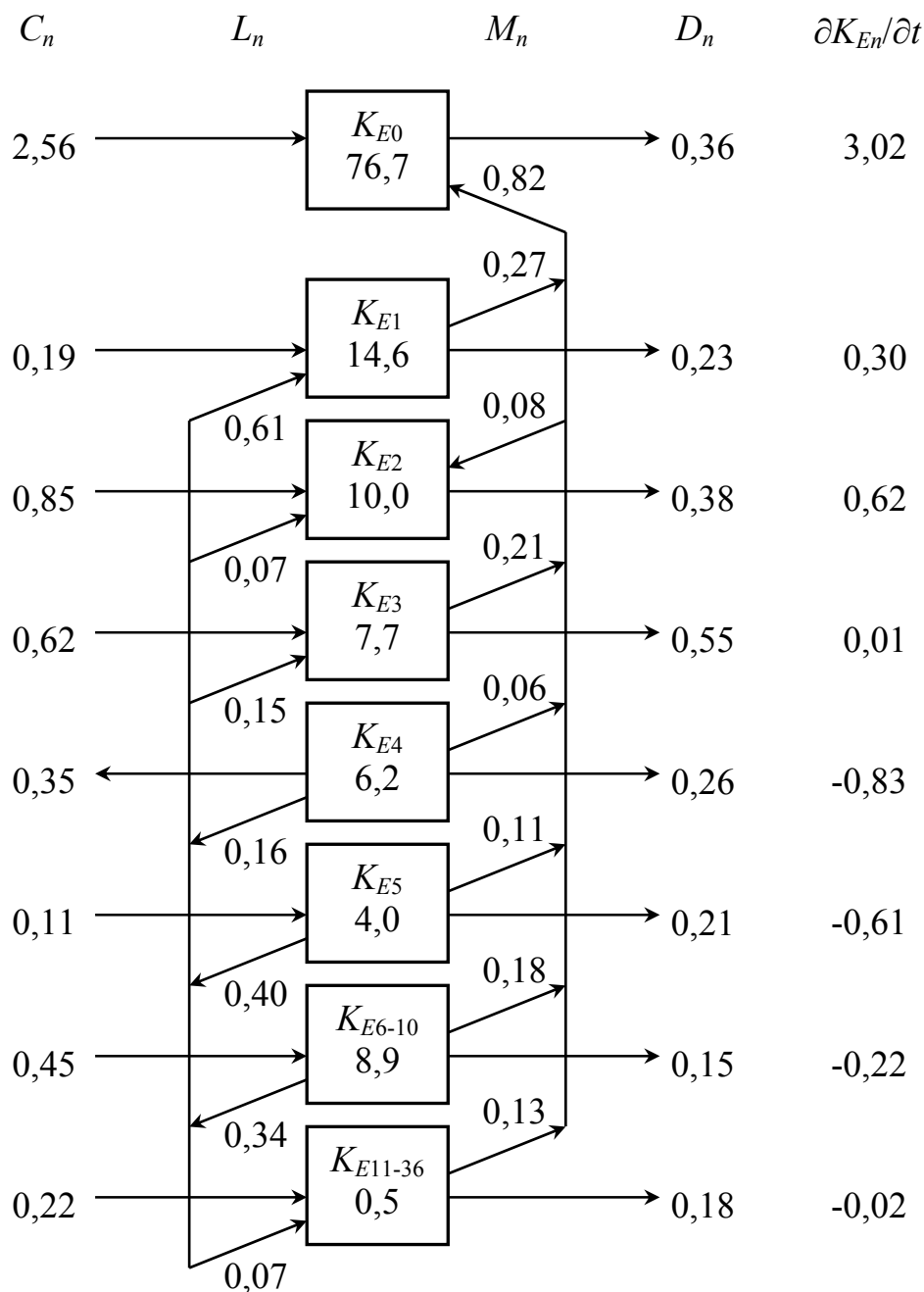


Рисунок 2.2 – Діаграма потоків кінетичної енергії для зими у північній півкулі ($K_E - 10^4$ Дж м⁻², перетворення – Вт м⁻²) [6]

Запитання для самоперевірки.

1. На чому ґрунтується аналіз енергетики, розкладеної по спектру?
2. Як можна сформулювати "закон мінус третього степеня"?
3. За рахунок чого може змінюватися кінетична енергія вихорів синоптичного масштабу?
4. Яким є напрямок потоку кінетичної енергії для різних хвильових чисел?
5. У чому полягають недоліки застосування розкладення Фур'є при вивченні спектральної енергетики?

РОЗДІЛ 3

ЕНЕРГЕТИКА ВИХОРИВ СИНОПТИЧНОГО МАСШТАБУ

За останні декілька десятиріч роль центрів низького тиску синоптичного масштабу помірних широт як важливих факторів атмосферної енергетики глобального масштабу висвітлена у багатьох наукових працях. Але, як правило, у цих працях розглядається переважно бюджет кінетичної енергії циклонів помірних широт.

Розглянемо тут систему рівнянь для бюджетів кінетичної та доступної потенціальної енергії, яка не дуже відрізняється від оригінального формулювання Лоренца (див. розділ 1), але може застосовуватися й для відкритих атмосферних систем, якими є циклони і антициклони [14].

Для подальшого чисельного інтегрування вмісту енергії, її перетворень та потоків використаємо об'єм атмосфери, обмежений меридіанами λ_1 і λ_2 , широтними колами φ_1 і φ_2 та ізобаричними поверхнями p_1 і p_2 , де $p_1 < p_2$. Тоді, середнє зональне значення змінної X визначається, як

$$[X]_{\lambda} = \frac{1}{\lambda_2 - \lambda_1} \int_{\lambda_1}^{\lambda_2} X d\lambda. \quad (3.1)$$

Вихрова складова X є відхиленням цього параметра від його середнє зонального значення

$$(X)_{\lambda} = X - [X]_{\lambda}. \quad (3.2)$$

Середнє меридіональне значення визначається, як

$$[X]_{\varphi} = \frac{1}{\sin \varphi_2 - \sin \varphi_1} \int_{\varphi_1}^{\varphi_2} X \cos \varphi d\varphi. \quad (3.3)$$

Тоді, використовуючи формули (3.1) і (3.3), середнє значення на ізобаричній поверхні змінної X визначається через

$$\begin{aligned} [X]_{\lambda\varphi} &= \frac{\int_y \int_x X dx dy}{\int_y \int_x dx dy} = \frac{\int_{\varphi_1}^{\varphi_2} \int_{\lambda_1}^{\lambda_2} X a^2 \cos \varphi d\lambda d\varphi}{\int_{\varphi_1}^{\varphi_2} \int_{\lambda_1}^{\lambda_2} a^2 \cos \varphi d\lambda d\varphi} = \\ &= \frac{1}{(\lambda_2 - \lambda_1)(\sin \varphi_2 - \sin \varphi_1)} \int_{\varphi_1}^{\varphi_2} \int_{\lambda_1}^{\lambda_2} X \cos \varphi d\lambda d\varphi. \end{aligned} \quad (3.4)$$

Очевидно, що це середнє значення на ізобаричній поверхні є еквівалентом послідовного осереднення за широтним колом та меридіаном. Використовуючи цю середню величину та припускаючи гідростатичну рівновагу, інтеграл по вертикалі на одиницю площі визначається, як

$$\frac{1}{g} \int_{p_1}^{p_2} [X]_{\lambda\varphi} dp. \quad (3.5)$$

Вираз (3.5) використовується для розрахунку енергії та її перетворень. Величина, визначена членами вищезгаданих співвідношень,

$$([X]_{\lambda})_{\varphi} = [X]_{\lambda} - [X]_{\lambda\varphi} \quad (3.6)$$

не змінюється по широтному колу.

Середня на ізобаричній поверхні повна (горизонтальна та вертикальна) дивергенція потоку змінної X задається через

$$\begin{aligned} BX &= -\frac{1}{g(\lambda_2 - \lambda_1)(\sin \varphi_2 - \sin \varphi_1)} \int_p \int_{\varphi} \int_{\lambda} \left(\nabla_h \cdot X \mathbf{v}_2 + \frac{\partial X \tau}{\partial p} \right) \cos \varphi d\lambda d\varphi dp = \\ &= \frac{c_1}{g} \int_{p_1}^{p_2} \int_{\varphi_1}^{\varphi_2} (Xu)_{\lambda_1}^{\lambda_2} d\varphi dp + \frac{c_2}{g} \int_{p_1}^{p_2} ([Xv \cos \varphi]_{\lambda})_{\varphi_1}^{\varphi_2} dp - \frac{1}{g} ([X\tau]_{\lambda})_{p_1}^{p_2}, \end{aligned} \quad (3.7)$$

де ∇_h – оператор горизонтальної дивергенції;

$$\begin{aligned} c_1 &= -\frac{1}{a(\lambda_2 - \lambda_1)(\sin \varphi_2 - \sin \varphi_1)}; \\ c_2 &= -\frac{1}{a(\sin \varphi_2 - \sin \varphi_1)}. \end{aligned}$$

Для того, щоб розділити ДПЕ на зональну та вихрову складові, застосуємо виведену Лоренцем наближену формулу (1.4). Використовуючи вирази (3.2) і (3.6), відхилення температури можна записати у вигляді

$$(T - [T]_{\lambda\varphi})^2 = ([T]_{\lambda})_{\varphi}^2 + 2([T]_{\lambda})_{\varphi} (T)_{\lambda} + (T)_{\lambda}^2. \quad (3.8)$$

Інтегруючи по масі об'єму атмосфери, що розглядається, та маючи на увазі, що член, який містить тільки відхилення від середнього зонального значення $(T)_{\lambda}^2$ прямує до нуля при осередненні за плоскістю, зональна і вихрова ДПЕ задаються виразами:

$$P_Z = \int_{p_1}^{p_2} \frac{[([T]_{\lambda})_{\varphi}^2]_{\lambda\varphi}}{2[\sigma]_{\lambda\varphi}} dp, \quad (3.9)$$

$$P_E = \int_{p_1}^{p_2} \frac{[(T)_{\lambda}^2]_{\lambda\varphi}}{2[\sigma]_{\lambda\varphi}} dp, \quad (3.10)$$

де інтеграл стосується об'єму, який визначається горизонтальними розмірами розрахункової сітки (обмеженої меридіанами λ_1 і λ_2 та широтними колами φ_1 і φ_2) і певними ізобаричними поверхнями (p_1 і p_2 , $p_1 < p_2$) по вертикалі. Зональна ДПЕ відповідає зонально осередненому полю, а вихрова – кількості ДПЕ, що залишилася.

У виразах (3.9) і (3.10) для розрахунку ДПЕ та у подальших формулах для перетворень та переносу ДПЕ застосовується параметр статичної стійкості

$$[\sigma]_{\lambda\varphi} = \left[\frac{gT}{c_p} - \frac{pg}{R} \frac{\partial T}{\partial p} \right]_{\lambda\varphi}. \quad (3.11)$$

Цей вираз для статичної стійкості відповідає оригінальному формулюванню Лоренца и надає можливість прямого застосування полів метеорологічних величин для розрахунків.

Під час виведення наближених формул (3.9) і (3.10) для ДПЕ було зроблено неявно два основних припущення. По-перше, локальні зміни статичної стійкості на ізобаричних поверхнях придушуються використанням осереднення на кожній ізобаричній поверхні, тобто $[\sigma]_{\lambda\varphi}$. По-друге, локальна швидкість зміни члена статичної стійкості у часі дорівнює нулю, тобто $\partial[\sigma]_{\lambda\varphi}/\partial t = 0$.

Залучення фактора статичної стійкості, осередненого по ізобаричній поверхні, до досліджень атмосферної енергетики синоптичного масштабу є практичним рішенням, тому що має істотну перевагу над параметром стійкості, який змінюється у просторі. Ця перевага полягає у тому, що можна здолати труднощі при розрахунку ДПЕ у районах з вертикальним градієнтом температури, який наближається до величини сухоадіабатичного градієнта.

Проблема застосування осередненого за площею параметра статичної стійкості в діагностичних дослідженнях критикувалась Даттоном і Джонсоном [15]. Вони аргументували, що значущість статичної стійкості, яка змінюється, не може ігноруватися, тому що внески у ДПЕ від рівнів, які стратифіковані майже нейтрально (стосовно сухоадіабатичного градієнта), можуть бути набагато більшим, ніж внески у ДПЕ, визначені за до-

помогою осередненого по площі параметра статичної стійкості. Дійсно, в локальних вертикальних профілях температури простежуються такі нейтрально стратифіковані шари біля земної поверхні, на середньому рівні та у верхній тропосфері, пов'язані зазвичай з тривалим низхідним потоком. Але такі шари обмежені по товщині і, як правило, не проявляються у полі температури низького розділення по вертикалі. Також, якщо прогрів має місце у менш стійкому повітрі, що часто має місце у циклонах, генерація вихрової ДПЕ буде збільшуватися.

Згідно з розділенням ДПЕ, кінетична енергія також розділяється на зональну та вихрову складові використанням (3.2), тобто

$$u^2 + v^2 = [u]_{\lambda\phi}^2 + [v]_{\lambda\phi}^2 + 2\{[u]_{\lambda}(u)_{\lambda} + [v]_{\lambda}(v)_{\lambda}\} + (u)_{\lambda}^2 + (v)_{\lambda}^2. \quad (3.12)$$

Інтегруючи по масі об'єму, який розглядається, та беручи до уваги, що члени, які містять тільки відхилення від середнього зонального значення $(u)_{\lambda}$ і $(v)_{\lambda}$, прямують до нуля при осередненні по площі, зональна та вихрова кінетична енергія може бути виражена формулами:

$$K_Z = \int_{p_1}^{p_2} \frac{[[u]_{\lambda}^2 + [v]_{\lambda}^2]_{\lambda\phi}}{2g} dp, \quad (3.13)$$

$$K_E = \int_{p_1}^{p_2} \frac{[(u)_{\lambda}^2 + (v)_{\lambda}^2]_{\lambda\phi}}{2g} dp. \quad (3.14)$$

Зональна КЕ відповідає зонально осередненому рухові, а вихрова КЕ – кількості кінетичної енергії, що залишилася. При цьому, як було пояснено Лоренцем, зональна КЕ, що виражена формулою (3.13), не належить ні до зонального руху, ні до зонально осередненої КЕ.

Перетворення між P_Z і K_Z відбуваються через середню меридіональну циркуляцію, спричинену неоднорідністю поля температури. Цей процес ідентифікується як взаємодія теплого повітря, що підіймається у низьких широтах, та холодного повітря, що опускається у високих. Перетворення між P_Z і K_Z здійснюється внаслідок тих циркуляцій, які взаємодіють у меридіональному напрямку. В атмосферних збуреннях це досягається, коли тепле повітря підіймається, а холодне – опускається, на тій же самій широті. Ця частина вихрового перетворення ДПЕ у КЕ розглядається як міра циклогенезу.

Одне з суперечливих питань, яке виникає при розрахунку перетворень енергії для обмеженої території, полягає у можливості застосування деяких неявних припущень, зроблених в оригінальних визначеннях для глобального масштабу. Наприклад, у великій розрахунковій області мож-

на припустити, що осереднений на ізобаричній поверхні аналог вертикальної швидкості τ дорівнює нулю. Внаслідок цього припущення можна одержати вирази для перетворення ДПЕ у КЕ, а саме $\langle P_Z - K_Z \rangle$ і $\langle P_E - K_E \rangle$, в яких відсутня ізобарична вертикальна швидкість. Але член перетворення ДПЕ у КЕ можна розділити на три складові, ґрунтуючись на наступному співвідношенні та використовуючи (3.2) і (3.6),

$$[T\tau]_{\lambda\varphi} = [T]_{\lambda\varphi}[\tau]_{\lambda\varphi} + [(T)_{\lambda})_{\varphi}([\tau]_{\lambda})_{\varphi}]_{\lambda\varphi} + [(T)_{\lambda}(\tau)_{\lambda}]_{\lambda\varphi}. \quad (3.15)$$

Перший та другий члени правої частини (3.15) можна ідентифікувати як внески у середню меридіональну циркуляцію і, відповідно, як такі, що належать до перетворення між P_Z і K_Z . Також можна розрізнити два випадки, які стосуються середньої меридіональної циркуляції: коли $[\tau]_{\lambda\varphi} = 0$, перший член прямує до нуля, а якщо $[\tau]_{\lambda\varphi} \neq 0$, можна знехтувати другим членом. Третій доданок правої частини (3.15) описує можливі кореляції між відхиленнями від зональних середніх у полях температури та вертикальних рухів і, відповідно, належить до перетворення між P_E і K_E . Тут зробимо припущення, що $[\tau]_{\lambda\varphi} = 0$, і тоді залишаються тільки другий та третій доданки. Маючи на увазі викладене вище, математичні вирази для перетворень $\langle P_Z - K_Z \rangle$ і $\langle P_E - K_E \rangle$ записуються у вигляді:

$$\langle P_Z - K_Z \rangle = - \int_{p_1}^{p_2} [(T)_{\lambda})_{\varphi}([\tau]_{\lambda})_{\varphi}]_{\lambda\varphi} \frac{R}{gp} dp, \quad (3.16)$$

$$\langle P_E - K_E \rangle = - \int_{p_1}^{p_2} [(T)_{\lambda}(\tau)_{\lambda}]_{\lambda\varphi} \frac{R}{gp} dp. \quad (3.17)$$

Вихровий перенос відчутного тепла є процесом, що відповідає за перетворення між формами ДПЕ: $\langle P_Z - P_E \rangle$. Він спричиняється через кореляцію між меридіональною компонентою швидкості та збуреннями зональної температури, що мають місце у меридіональному градієнті температури. Зокрема це відбувається, коли збурення розташовані у меридіональному градієнті з теплим повітрям, що переноситься до полюсу, і холодним – до екватора. Перетворення між формами ДПЕ задається, як

$$\begin{aligned} \langle P_Z - P_E \rangle = \\ = - \int_{p_1}^{p_2} \left[\left[\frac{(T)_{\lambda}(v)_{\lambda}}{a[\sigma]_{\lambda\varphi}} \frac{\partial([T]_{\lambda})_{\varphi}}{\partial\varphi} \right]_{\lambda\varphi} + \left[\frac{(T)_{\lambda}(\tau)_{\lambda}}{p^{R/c_p}} \frac{\partial}{\partial p} \left\{ \frac{([T]_{\lambda})_{\varphi} p^{R/c_p}}{[\sigma]_{\lambda\varphi}} \right\} \right]_{\lambda\varphi} \right] dp. \end{aligned} \quad (3.18)$$

Нарешті, перетворення між формами КЕ спричиняється вихровим переносом кількості руху. Перетворення $\langle K_Z - K_E \rangle$ спричиняється збуреннями, головним чином, у верхній тропосфері біля рівня струминної течії. K_Z передається до або з вихорів, коли вихрові компоненти вітру зкорельовані та розташовані у градієнті швидкості зонального вітру. Перехід з K_Z у K_E передбачає баротропну підтримку зональних західних вітрів та струминної течії, незважаючи на внутрішні втрати внаслідок турбулентної дисипації. Зворотне перетворення, а саме з K_E у K_Z в середніх широтах є, імовірно, рідкісним явищем, пов'язаним з так званою баротропною нестійкістю, коли відносно зональний потік з меридіональним зсувом раптом розділяється на серію хвиль з великою амплітудою. Баротропна нестійкість уявляється важливою у середніх широтах для початкового зростання хвиль, коли зональний потік є інтенсивним та існує значний широтний зсув вітру. Вираз для члена баротропного перетворення $\langle K_Z - K_E \rangle$ має вигляд

$$\begin{aligned} \langle K_Z - K_E \rangle = & -\frac{1}{g} \int_{p_1}^{p_2} \left[(u)_\lambda (v)_\lambda \frac{\cos \varphi}{a} \frac{\partial}{\partial \varphi} \left(\frac{[u]_\lambda}{\cos \varphi} \right) \right]_{\lambda \varphi} dp - \\ & -\frac{1}{g} \int_{p_1}^{p_2} \left[\frac{(v)_\lambda^2}{a} \frac{\partial [v]_\lambda}{\partial \varphi} \right]_{\lambda \varphi} dp - \frac{1}{g} \int_{p_1}^{p_2} \left[\frac{\tan \varphi}{a} (u)_\lambda^2 [v]_\lambda \right]_{\lambda \varphi} dp - \\ & -\frac{1}{g} \int_{p_1}^{p_2} \left[(u)_\lambda (\tau)_\lambda \frac{\partial [u]_\lambda}{\partial p} \right]_{\lambda \varphi} dp - \frac{1}{g} \int_{p_1}^{p_2} \left[(v)_\lambda (\tau)_\lambda \frac{\partial [v]_\lambda}{\partial p} \right]_{\lambda \varphi} dp. \end{aligned} \quad (3.19)$$

Члени генерації ДПЕ (GZ і GE) та дисипації КЕ (DZ і DE) записуються у вигляді:

$$GZ = \int_{p_1}^{p_2} \frac{[(Q)_\lambda]_\varphi [(T)_\lambda]_\varphi}{c_p [\sigma]_{\lambda \varphi}} dp, \quad (3.20)$$

$$GE = \int_{p_1}^{p_2} \frac{[(Q)_\lambda (T)_\lambda]_{\lambda \varphi}}{c_p [\sigma]_{\lambda \varphi}} dp, \quad (3.21)$$

$$DZ = \int_{p_1}^{p_2} \frac{1}{g} ([u]_\lambda [L_\lambda]_\lambda + [v]_\lambda [L_\varphi]_\lambda)_{\lambda \varphi} dp, \quad (3.22)$$

$$DE = \int_{p_1}^{p_2} \frac{1}{g} [(u)_\lambda (L_\lambda)_\lambda + (v)_\lambda (L_\varphi)_\lambda]_{\lambda \varphi} dp. \quad (3.23)$$

Згадані вище чотири форми енергії та їх перетворення, два члени генерації ДПЕ та два члени дисипації КЕ визначають потік енергії, який є достатнім для опису енергетики атмосфери у замкненій системі, в якій не розглядаються зовнішні межі, а вертикальні швидкості на вершині та унизу системи дорівнюють нулю. У відкритій атмосферній системі визначення бокових меж припускає, що потрібно брати до уваги перенос енергії повз межу. Ці процеси переносу для P_Z , P_E , K_Z і K_E позначимо через BPZ , BPE , BKZ і BKE , відповідно

Перенос повз межу ДПЕ визначається інтегралом повної дивергенції потоку ДПЕ (див. рівняння (3.7)). Беручи до уваги, що ДПЕ визначається у членах зміни поля температури і що ці зміни можна розкласти, як було показано в (3.8), перенос повз межу зональної та вихрової складових ДПЕ можна записати у вигляді:

$$\begin{aligned}
 BPZ = & c_1 \int_{p_1}^{p_2} \int_{\phi_1}^{\phi_2} \frac{1}{2[\sigma]_{\lambda\phi}} \left(u \{ ([T]_{\lambda})_{\phi}^2 + 2([T]_{\lambda})_{\phi} (T)_{\lambda} \} \right)_{\lambda_1}^{\lambda_2} d\phi dp + \\
 & + c_2 \int_{p_1}^{p_2} \frac{1}{2[\sigma]_{\lambda\phi}} \left([v \cos \phi \{ ([T]_{\lambda})_{\phi}^2 + 2([T]_{\lambda})_{\phi} (T)_{\lambda} \}]_{\lambda} \right)_{\phi_1}^{\phi_2} dp - \\
 & - \frac{1}{2[\sigma]_{\lambda\phi}} \left([\tau \{ ([T]_{\lambda})_{\phi}^2 + 2([T]_{\lambda})_{\phi} (T)_{\lambda} \}]_{\lambda\phi} \right)_{p_1}^{p_2},
 \end{aligned} \tag{3.24}$$

$$\begin{aligned}
 BPE = & c_1 \int_{p_1}^{p_2} \int_{\phi_1}^{\phi_2} \frac{1}{2[\sigma]_{\lambda\phi}} \left(u (T)_{\lambda}^2 \right)_{\lambda_1}^{\lambda_2} d\phi dp + \\
 & + c_2 \int_{p_1}^{p_2} \frac{1}{2[\sigma]_{\lambda\phi}} \left([v \cos \phi (T)_{\lambda}^2]_{\lambda} \right)_{\phi_1}^{\phi_2} dp - \frac{1}{2[\sigma]_{\lambda\phi}} \left([\tau (T)_{\lambda}^2]_{\lambda\phi} \right)_{p_1}^{p_2}.
 \end{aligned} \tag{3.25}$$

Незважаючи на те, що член, який містить тільки $(T)_{\lambda}$, прямує до нуля в області осереднення і розділення ДПЕ має вигляд рівнянь (3.9) і (3.10), він повинен бути залишений при визначенні переносу ДПЕ повз межу. Відповідна величина переносу енергії, таким чином, повністю приписується BPZ , хоч він не представляє виключно перенос повз межу P_Z .

Аналогічно, перенос повз межу КЕ визначається інтегралом повної дивергенції потоку КЕ. Розкладаючи горизонтальну швидкість, як це зроблено в (3.12), переноси повз межу зонального та вихрового компонентів КЕ можна записати, як

$$\begin{aligned}
BKZ = & c_1 \int_{p_1}^{p_2} \int_{\varphi_1}^{\varphi_2} \frac{1}{2g} \left(u \{ [u]_{\lambda\varphi}^2 + [v]_{\lambda\varphi}^2 + 2 \{ [u]_{\lambda} (u)_{\lambda} + [v]_{\lambda} (v)_{\lambda} \} \} \right)_{\lambda_1}^{\lambda_2} d\varphi dp + \\
& + c_2 \int_{p_1}^{p_2} \frac{1}{2g} \left([v \cos \varphi \{ [u]_{\lambda\varphi}^2 + [v]_{\lambda\varphi}^2 + 2 \{ [u]_{\lambda} (u)_{\lambda} + [v]_{\lambda} (v)_{\lambda} \} \}]_{\lambda} \right)_{\varphi_1}^{\varphi_2} dp - \quad (3.26) \\
& - \frac{1}{2g} \left([\tau \{ [u]_{\lambda\varphi}^2 + [v]_{\lambda\varphi}^2 + 2 \{ [u]_{\lambda} (u)_{\lambda} + [v]_{\lambda} (v)_{\lambda} \} \}]_{\lambda\varphi} \right)_{p_1}^{p_2},
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
BKE = & c_1 \int_{p_1}^{p_2} \int_{\varphi_1}^{\varphi_2} \frac{1}{2g} \left(u \{ (u)_{\lambda}^2 + (v)_{\lambda}^2 \} \right)_{\lambda_1}^{\lambda_2} d\varphi dp + \\
& + c_2 \int_{p_1}^{p_2} \frac{1}{2g} \left([v \cos \varphi \{ (u)_{\lambda}^2 + (v)_{\lambda}^2 \}]_{\lambda} \right)_{\varphi_1}^{\varphi_2} dp - \quad (3.27) \\
& - \frac{1}{2g} \left([\tau \{ (u)_{\lambda}^2 + (v)_{\lambda}^2 \}]_{\lambda\varphi} \right)_{p_1}^{p_2}.
\end{aligned}$$

Як пояснюється в обговоренні рівняння (3.12), члени, які містять тільки $(u)_{\lambda}$ і $(v)_{\lambda}$, прямують до нуля при осередненні по площі і розділенні KE на частини набуває вигляд рівнянь (3.13) і (3.14). Але при визначенні переносу KE повз межу ці члени потрібно залишити. Відповідна величина переносу енергії, таким чином, повністю описується BKZ , хоч вони й не мають відношення виключно до переносу повз межу K_Z .

Як приклад аналізу енергетичних характеристик, розрахованих за наведеними вище формулами, розглянемо циклон, що спостерігався 06-08 грудня 1991 року над Середземним морем.

На приземній карті за 00 СГЧ 6 грудня 1991 р. спостерігається атмосферний фронт, що простягається з північного узбережжя Адріатичного моря через Балкани на Чорне море. На ізобаричній поверхні АТ-500 гПа на північний схід Італії розповсюджується барична улоговина, орієнтована з північного сходу на південний захід. Над цим регіоном виявляється вплив динамічного фактора циклогенезу, який сприяє зниженню тиску. Поглиблення висотної улоговини над Тірренським морем та зміщення атмосферного фронту у цей район 12 СГЧ 6 грудня 1991 р. внаслідок істотної додатної адвекції завихреності було причиною виникнення молодого циклону, який вже о 00 СГЧ 7 грудня 1991 р. спостерігався як декілька замкнених ізобар на приземній карті та продовжував поглиблюватися і зміщуватися на схід. Максимального розвитку цей циклон досягнув о 12 СГЧ 7 грудня 1991 р. поблизу острова Крит. Тиск у його центрі за 24 години знизився майже на 20 гПа, але додатна адвекція завихреності почала зменшуватися. У цей строк циклон простежувався вже й на ізоба-

ричній поверхні АТ-500 гПа, а приземний та висотний його центри майже співпадали. З 12 СГЧ 7 грудня 1991 р. циклону почав заповнюватися і цей процес тривав до 12 СГЧ 8 грудня 1991 р.

У табл. 3.1 подані запаси зональної ДПЕ (P_Z), вихрової ДПЕ (P_E), зональної КЕ (K_Z) та вихрової КЕ (K_E) для кожного строку з 00 СГЧ 6 грудня 1991 р. по 12 СГЧ 8 грудня 1991 р.

Таблиця 3.1 – Запаси різних видів енергії протягом еволюції циклону (10^5 Дж м⁻²) [14]

Дата	P_Z	P_E	K_Z	K_E
00 СГЧ 06.12.1991	5,34	1,59	14,87	1,28
12 СГЧ 06.12.1991	8,99	1,45	22,24	3,99
00 СГЧ 07.12.1991	9,85	1,83	21,06	7,07
12 СГЧ 07.12.1991	9,08	1,38	20,59	6,12
00 СГЧ 08.12.1991	5,43	2,46	19,78	3,74
12 СГЧ 08.12.1991	3,43	4,22	16,51	5,41

Зональна ДПЕ істотно збільшувалася протягом перших стадій розвитку циклону, що пояснюється початковою потужною адвекцією холодного повітря з півночі, після чого вона зменшувалася. З $5,34 \times 10^5$ Дж м⁻² о 00 СГЧ 6 грудня 1991 р. P_Z збільшилася до $9,85 \times 10^5$ Дж м⁻² протягом наступних 24 годин, але за останні 36 годин вона зменшилася до $3,43 \times 10^5$ Дж м⁻², що навіть менше, ніж її початкове значення.

Вихрова ДПЕ циклону, навпаки, майже монотонно збільшувалася і з початкового значення $1,59 \times 10^5$ Дж м⁻² досягла на останніх стадіях розвитку величини $4,22 \times 10^5$ Дж м⁻², що майже у 2,5 рази більше за початкову. З початком циклогенезу поле температури деформується, що спричиняє виникнення гребенів тепла та улоговин холоду над циклоном, які, у свою чергу, збільшують зональний (зі сходу на захід) термічний градієнт.

Безсумнівно, K_Z є основною формою енергії на усіх стадіях розвитку циклону, перевищуючи усі разом узяті інші види енергії. Зміни зональної КЕ відбуваються майже аналогічно до змін P_Z ; вона стрімко збільшується відразу ж після утворення циклону біля поверхні землі, коли над розрахунковою областю спостерігається струминна течія. Треба відзначити, що надалі K_Z безперервно зменшується з максимуму $22,24 \times 10^5$ Дж м⁻² на початку виникнення циклону до $16,51 \times 10^5$ Дж м⁻² наприкінці, вказуючи на послаблення струминної течії.

Утворення циклону біля земної поверхні відзначається різким збільшенням запасів K_E . Більше того, вихрова КЕ виказує найбільшу швидкість зростання запасів енергії серед усіх інших видів енергії, а саме з $1,28 \times 10^5$ Дж м⁻² у період до виникнення циклону до $7,07 \times 10^5$ Дж м⁻² у перші 24 години еволюції атмосферного вихору. Не зважаючи на деяке змен-

шення запасів K_E після цього максимуму, величина вихрової KE залишається, проте, набагато більшою, ніж у перший строк.

Зміни за часом вертикального розподілу кожної форми енергії показані на рис. 3.1. Спочатку, P_Z розподілялася майже рівномірно усередині тропосфери. Після виникнення циклону зональна ДПЕ істотно збільшилася, а максимум цього збільшення мав місце у нижній тропосфері, досягнувши $2,6 \times 10^5$ Дж м⁻² на 100 гПа вище земної поверхні о 12 СГЧ 7 грудня 1991 р. Це значення утричі більше за початкові запаси енергії на кожному рівні. У цей час над Егейським морем спостерігався термічний гребінь, а над Грецією – термічна улоговина, внаслідок чого термічний градієнт був максимальний у напрямку з півночі на південь. Треба відзначити, що запаси P_Z у стратосфері залишалися дуже малими протягом усього розглянутого періоду.

Запаси P_E в усіх шарах менші за запаси зональної ДПЕ. Вертикальний розподіл показує мізерно малий початковий внесок P_E у ДПЕ розрахункової області. Але, з розвитком циклону, цей внесок у верхній тропосфері стає більш явним. Після того, як циклону досягнув стадії максимального розвитку, основний внесок у ДПЕ роблять вже найнижчі шари, що є імовірним наслідком неадіабатичної генерації через реалізацію прихованого тепла усередині теплового сектора циклону.

Важливість верхньотропосферної струминної течії у підтримці середнього зонального потоку підтверджується рис. 3.1в. Дійсно, K_Z є головною формою енергії усередині циклону, перевищуючи усі інші форми разом узяті. Максимум запасів K_Z ($6,4 \times 10^5$ Дж м⁻² на 100 гПа) на рівні 300 гПа спостерігався о 12 СГЧ 6 грудня 1991 р. відразу ж після виникнення циклону поблизу земної поверхні. Як це буде показано далі, цей максимум є наслідком істотного припливу цієї форми енергії з оточення циклону. Другий максимум запасів K_Z спостерігається біля земної поверхні протягом усього періоду. Відзначимо також, що збільшення зональної KE має наслідком або посилення зонального потоку, або зменшення амплітуди хвилі у верхній тропосфері.

У порівнянні з зональною KE , внесок K_E у бюджет кінетичної енергії циклону є істотно меншим. Проте, як видно з рис. 3.1г, різке збільшення KE на рівні струминної течії є аналогічним до того, що спостерігалось у випадку K_Z . Це збільшення також може бути пояснене припливом KE з оточення циклону, як це буде показано нижче.

Потужність перетворень різних форм енергії в інші ($\langle K_Z - K_E \rangle$, $\langle P_Z - P_E \rangle$, $\langle P_Z - K_Z \rangle$ і $\langle P_E - K_E \rangle$), інтегрована по всьому об'єму атмосфери, який займає циклону, наведена у табл. 3.2.

З аналізу табл. 3.2 випливає, що початкові стадії розвитку циклону пов'язані з інтенсивним підживленням K_E за рахунок K_Z через баротропне перетворення енергії, яке досягає $11,30$ Вт м⁻² о 12 СГЧ 6 грудня 1991 р. Проте, потім цей процес стає протилежним, тобто вихрова KE перетво-

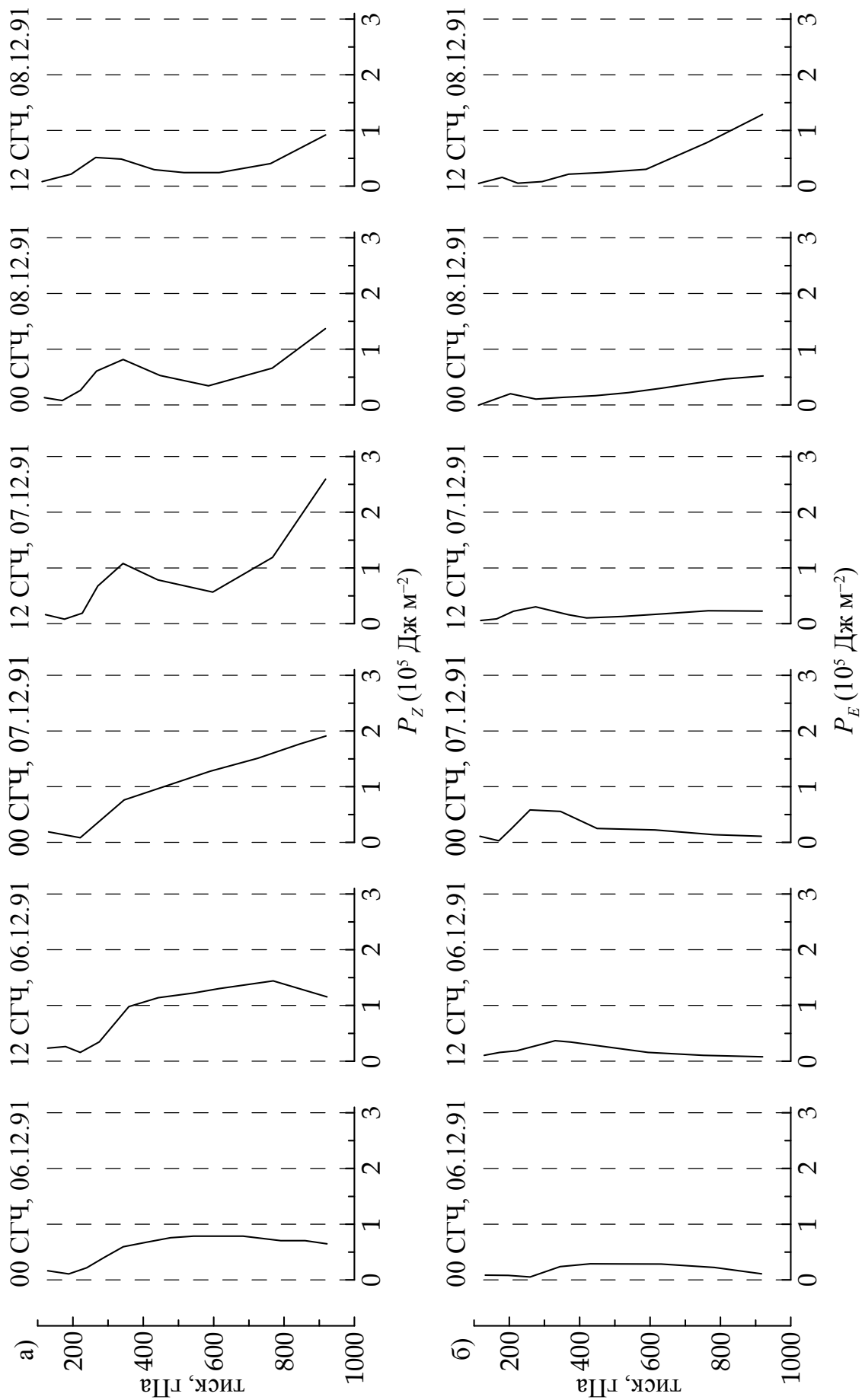
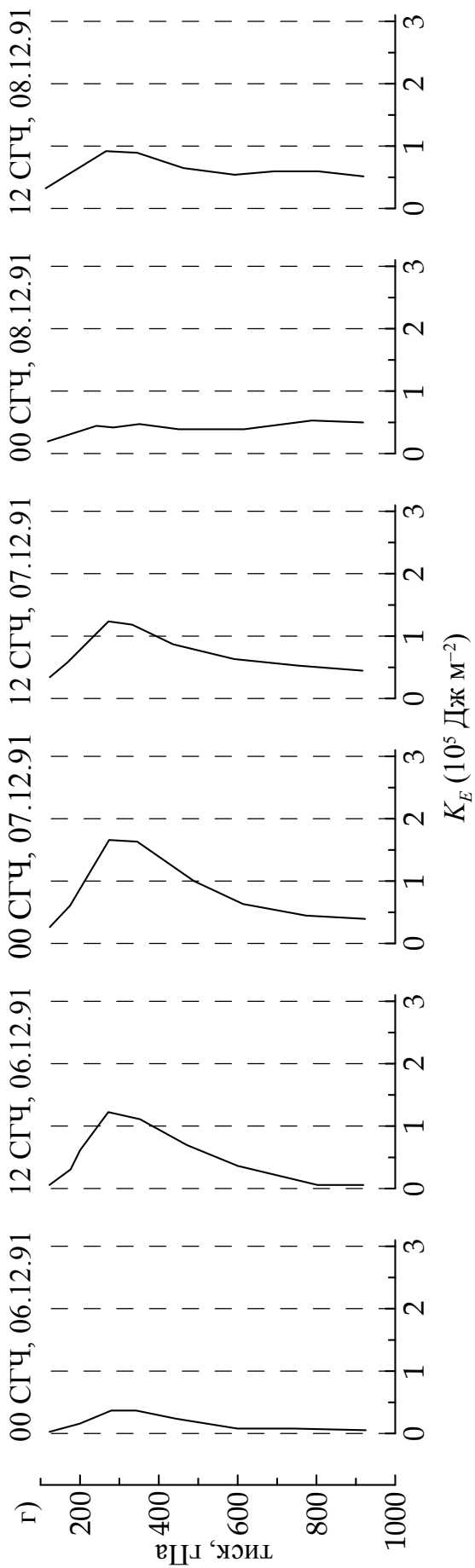
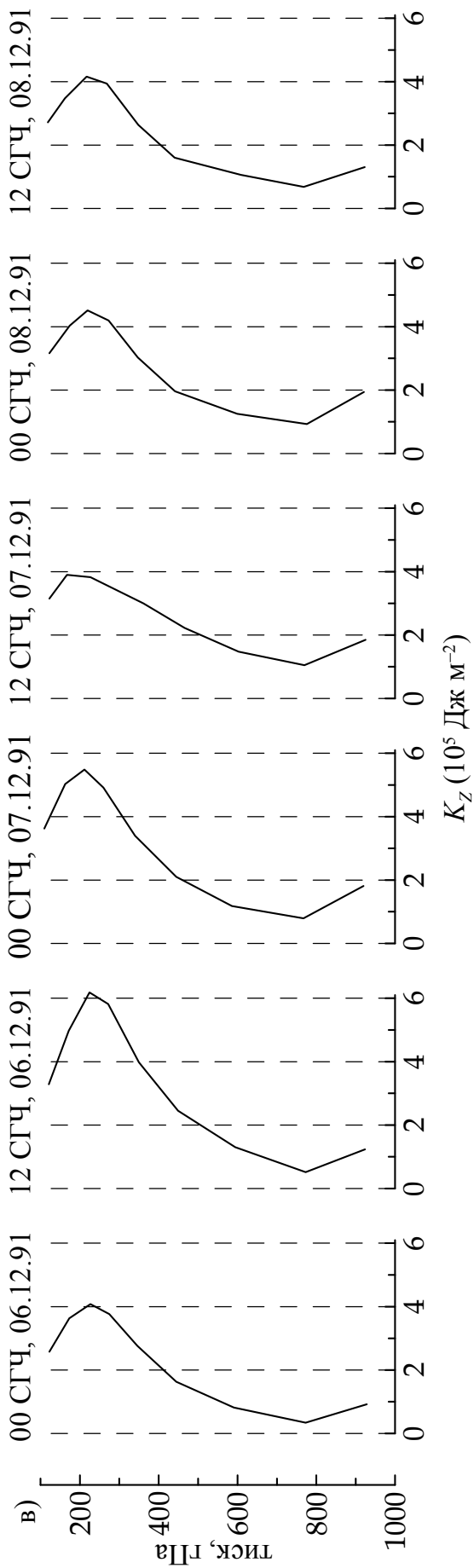


Рисунок 3.1 – Вертикальний розподіл запасів енергії протягом еволюції циклону [14]



Продовження рисунку 3.1

рюється у зональну протягом 7 грудня. На останніх стадіях знову відбувається зміна знаку. Така поведінка $\langle K_Z - K_E \rangle$ свідчить про перехід, що чергується, вихрового переносу кількості руху з зон надлишку до зон дефіциту і навпаки. Ці результати вказують на те, що загальний вихровий перенос кількості руху у напрямку підтримки кінетичної енергії збурення за рахунок зонального потоку переважає протягом розвитку циклону. Проте, детальний аналіз виявляє баротропне збільшення кінетичної енергії збурення за рахунок зонального потоку, коли циклон наближається до стадії максимального розвитку. Стрімка зміна кінетичної енергії протягом цієї стадії розвитку циклону спричиняє збереження циклонічної циркуляції через витрати зональної K_E . Після цього запаси кінетичної енергії збільшуються, коли барична система починає заповнюватися. Проте, у заключних стадіях відбувається поновлення циклонічної циркуляції через зменшення енергії зонального потоку.

Таблиця 3.2 – Перетворення енергії протягом еволюції циклону (Вт м⁻²) [14]

Дата	$\langle K_Z - K_E \rangle$	$\langle P_Z - P_E \rangle$	$\langle P_Z - K_Z \rangle$	$\langle P_E - K_E \rangle$
00 СГЧ 06.12.1991	2,15	-3,90	-1,86	-1,54
12 СГЧ 06.12.1991	11,30	-7,05	0,53	-6,54
00 СГЧ 07.12.1991	-7,56	-3,21	6,76	-2,86
12 СГЧ 07.12.1991	-9,63	4,16	2,80	3,28
00 СГЧ 08.12.1991	1,40	8,43	1,90	6,99
12 СГЧ 08.12.1991	3,99	17,63	1,22	5,44

У першу половину досліджуваного періоду ДПЕ, пов'язана з розподілом зональної маси, збільшується за рахунок ДПЕ збурення. Це перетворення досягає 7,05 Вт м⁻² о 12 СГЧ 6 грудня 1991 р. У другій половині періоду перетворення $\langle P_Z - P_E \rangle$ змінює знак, тобто запаси P_E збільшуються за рахунок P_Z з наростаючою швидкістю і досягають максимуму 17,63 Вт м⁻² о 12 СГЧ 8 грудня 1991 р. Ці результати свідчать про те, що спочатку вихровий потік тепла був спрямований проти температурного градієнта, збільшуючи меридіональний контраст температури і роблячи більш різко вираженою частину фронту, орієнтовану зі сходу на захід, а в заключних стадіях вихровий потік тепла був спрямований за температурним градієнтом, зменшуючи меридіональний перепад температури.

Перетворення між зональними формами енергії $\langle P_Z - K_Z \rangle$ в області циклону у нашому випадку є ефективним процесом генерації K_Z за рахунок P_Z . Дійсно, за винятком періоду до утворення циклону опускання повітря у більш холодних широтах та піднімання у більш теплих є домінуючим механізмом над досліджуваним районом.

Протягом першої половини досліджуваного періоду зростання вих-

рової ДПЕ за рахунок перетворення $\langle P_E - K_E \rangle$ набуло максимуму $6,54 \text{ Вт м}^{-2}$ о 12 СГЧ 6 грудня 1991 р., а потім напрямок цього перетворення змінився, досягши максимуму $6,99 \text{ Вт м}^{-2}$ о 00 СГЧ 8 грудня 1991 р. Додатні значення величини $\langle P_E - K_E \rangle$ є мірою бароклінності циклогенезу, який відбувається внаслідок підняття теплого повітря та опускання холодного на одній широті. У циклоні, що розглядається, цей процес спостерігався з 12 СГЧ 7 грудня 1991 р. Проте, на перших стадіях розвитку підпитка P_E за рахунок K_E є прямими наслідком перебудови поля температури над циклоном, коли потужна адвекція завихреності у середній тропосфері спричиняла підняття холодного повітря або, щонайменше, зберігала товщину шару з цим повітрям.

Вертикальний розподіл кожної з чотирьох форм енергії показано на рис. 3.2. У період до виникнення циклону член баротропного перетворення $\langle K_Z - K_E \rangle$ є дуже малим в усіх шарах атмосфери, але після виникнення циклону біля поверхні землі почалося збільшення кінетичної енергії збурення за рахунок K_E середнього руху на усіх рівнях. Проте, $\langle K_Z - K_E \rangle$ швидко змінила свій знак майже на усіх рівнях і зональна K_E збільшувалася за рахунок вихрової K_E . Взагалі, що й очікувалося, найістотніше перетворення K_Z у K_E та навпаки має місце на рівні тропосферної струминної течії.

Перетворення між формами доступної потенціальної енергії $\langle P_Z - P_E \rangle$ характеризується переходом P_Z у P_E , який має місце у середній та верхній тропосфері майже протягом усього періоду, що розглядається. Але відзнакою цього процесу є екстремальне велике перетворення вихрової ДПЕ у зональну ДПЕ, яке перевищувало 5 Вт м^{-2} на 100 гПа поблизу земної поверхні о 12 СГЧ 8 грудня 1991 р.

На перших стадіях перетворення $\langle P_Z - K_Z \rangle$ сприяло збільшенню K_E усередині нижньої тропосфери, а у середній та верхній тропосфері спостерігався зворотній процес. У заключні строки значущість цього переходу була дуже малою в усіх шарах атмосфери.

Нарешті перетворення $\langle P_E - K_E \rangle$ протягом майже усього періоду спричиняє збільшення P_E за рахунок K_E у верхній тропосфері, у нижніх шарах цей член або змінює знак, або стає дуже малим.

У табл. 3.3 наведені інтегровані переноси енергії BPZ , BPE , BKZ і BKE для досліджуваної області протягом усієї еволюції циклону. Беручи до уваги рівняння (3.24)-(3.27), додатні значення цих величин вказують на переноси енергії від оточення циклону усередину обчислювальної області, а від'ємні – навпаки.

На початкових стадіях розвитку циклону існує приплив P_Z до розрахункової області, який набуває максимуму $6,82 \text{ Вт м}^{-2}$ о 00 СГЧ 7 грудня 1991 р. Після цього спостерігається набагато менший відтік енергії до оточення циклону. О 00 СГЧ 8 грудня 1991 р. BPZ знову змінює свій знак і є

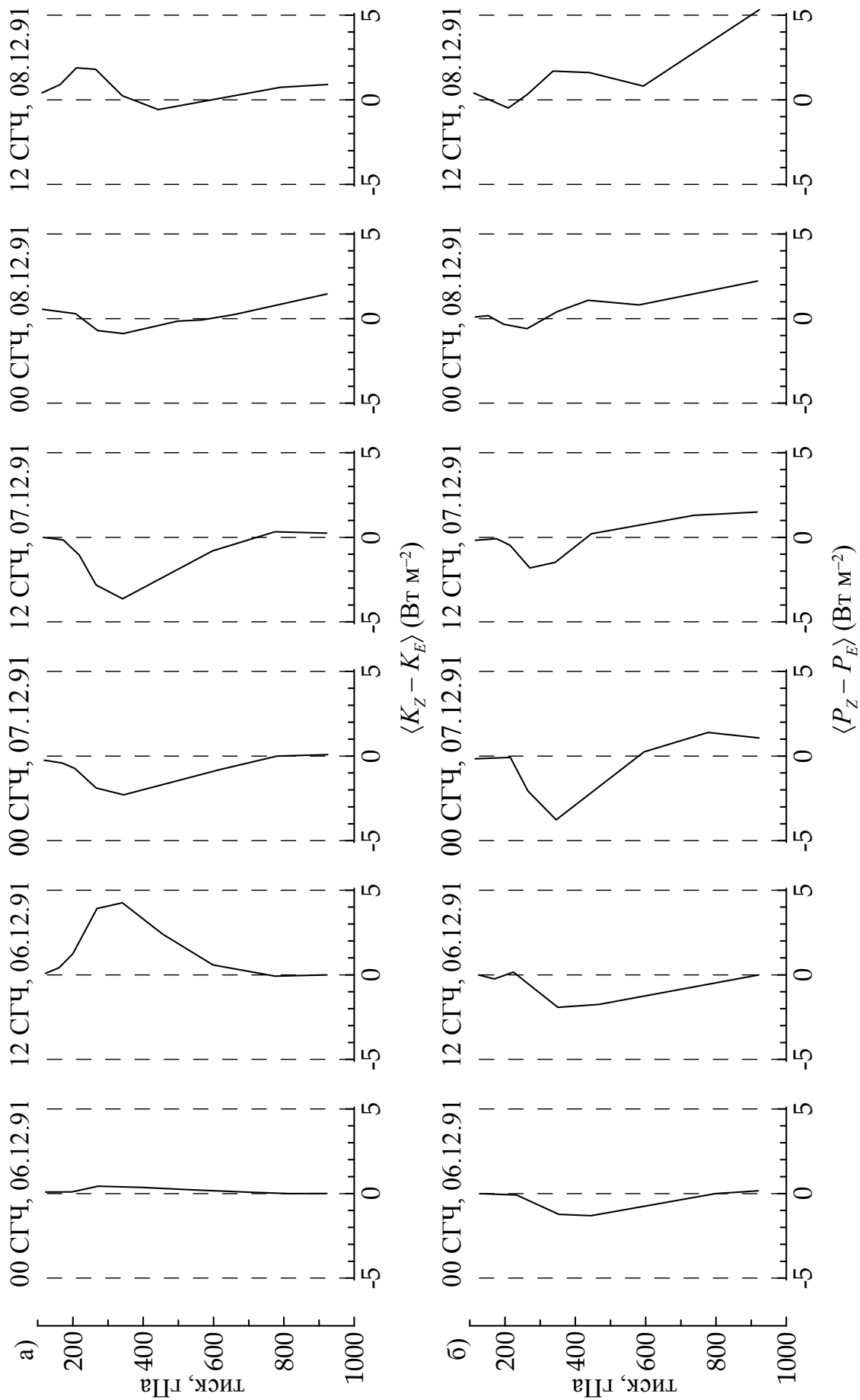
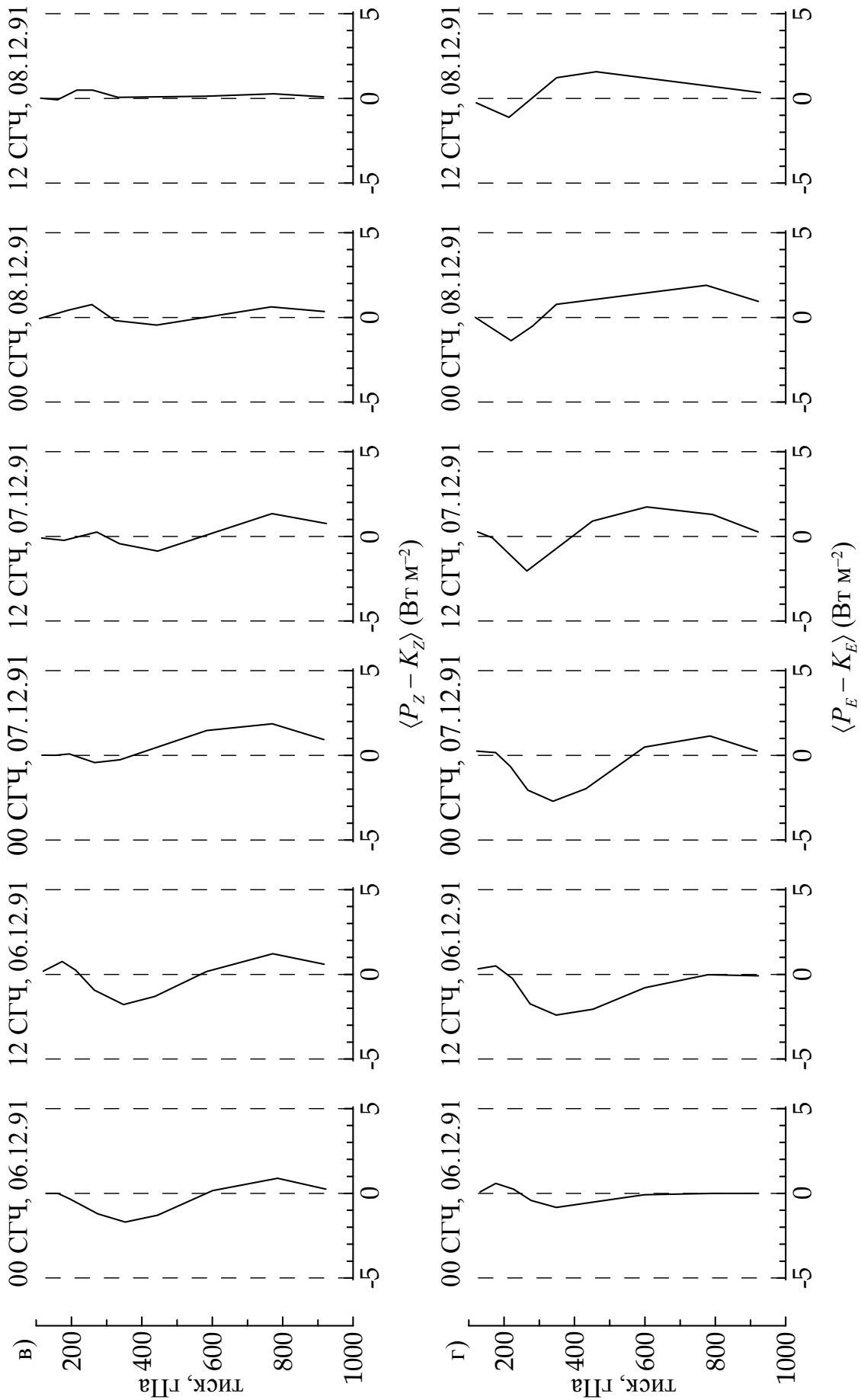


Рисунок 3.2 – Вертикальний розподіл перетворень енергії протягом еволюції циклону [14]



Продовження рисунку 3.2

головним постачальником енергії зі швидкістю $4,74 \text{ Вт м}^{-2}$. Якщо ж розглядати усі строки разом, приплив P_Z до циклону здійснюється з середньою швидкістю $3,35 \text{ Вт м}^{-2}$.

Таблиця 3.3 – Переноси енергії через межу обчислювальної області протягом еволюції циклону (Вт м^{-2}) [14]

Дата	BPZ	BPE	BKZ	BKE
00 СГЧ 06.12.1991	3,88	3,54	-1,50	1,07
12 СГЧ 06.12.1991	3,38	1,98	28,78	1,06
00 СГЧ 07.12.1991	6,82	4,45	32,29	17,90
12 СГЧ 07.12.1991	-0,71	-1,55	9,46	3,76
00 СГЧ 08.12.1991	4,74	-1,87	-7,82	-0,43
12 СГЧ 08.12.1991	2,00	-12,35	-30,15	-1,17

Напрямок переносу вихрової ДПЕ цілком відрізняється від розглянутого вище. У першу половину періоду, що розглядається, P_E надходить до циклону, а у другій половині періоду напрямок змінюється і максимальний відтік спостерігається наприкінці еволюції циклону. В цілому, циклон є постачальником вихрової ДПЕ до оточення з середньою швидкістю $0,97 \text{ Вт м}^{-2}$.

Перенос зональної КЕ є дуже мінливим протягом усього періоду. Достатньо великий приплив зональної КЕ ($28,78 \text{ Вт м}^{-2}$) відзначається з виникненням циклону біля поверхні землі і набуває максимуму $32,29 \text{ Вт м}^{-2}$ о 00 СГЧ 8 грудня 1991 р. Така залежність циклонічної системи від припливу КЕ відповідає процесу циклогенезу. На заключних стадіях розвитку циклон дуже активно віддає зональну КЕ з максимумом $30,15 \text{ Вт м}^{-2}$ о 12 СГЧ 8 грудня 1991 р. В цілому, циклон набуває зональну КЕ від оточення з середньою швидкістю $5,18 \text{ Вт м}^{-2}$.

Швидкість переносу K_E є меншою за перенос зональної КЕ. У більшості строків циклон імпортує кінетичну енергію і тільки на заключних стадіях віддає її оточенню. Треба відзначити, що максимум надходження K_E до циклону збігається з максимальним імпортом K_Z , що мав місце о 00 СГЧ 7 грудня 1991 р. В цілому, до циклону надходить вихрова КЕ від оточення з середньою швидкістю $3,70 \text{ Вт м}^{-2}$.

На рис. 3.3 наведені вертикальні розподіли переносів енергії. На початкових стадіях розвитку майже в усій атмосфері, за винятком найвищих шарів, P_Z переносилася до циклону. В наступні періоди у найнижчих шарах атмосфери невелика кількість зональної ДПЕ відтікала до оточення вихору. З подальшим розвитком системи верхні шари стають більш залежними від імпорту P_Z . Максимальні ж значення BPE є малими у порівнянні з BPZ і ними можна знехтувати.

Найінтенсивніша швидкість переносу енергії спостерігається для

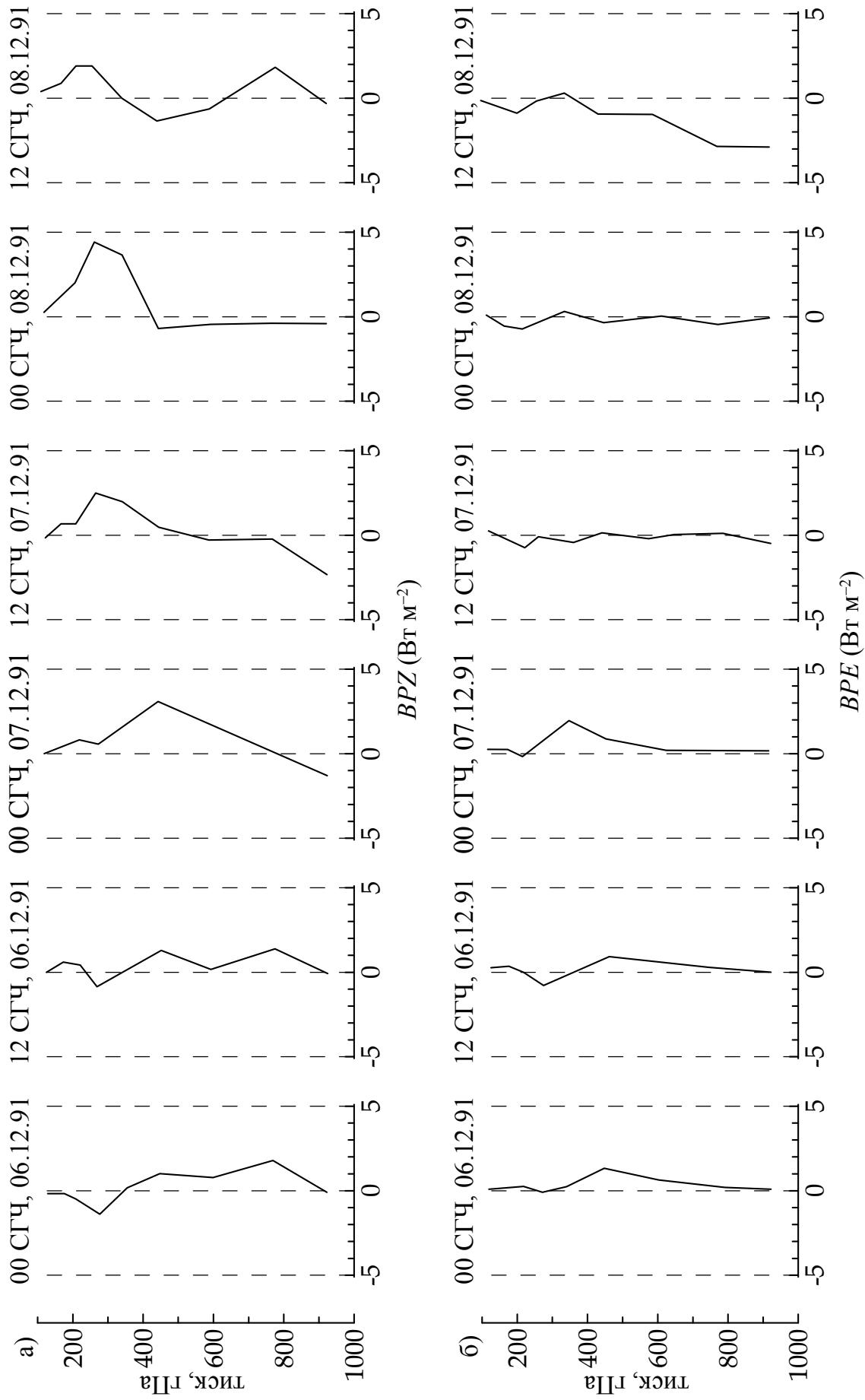
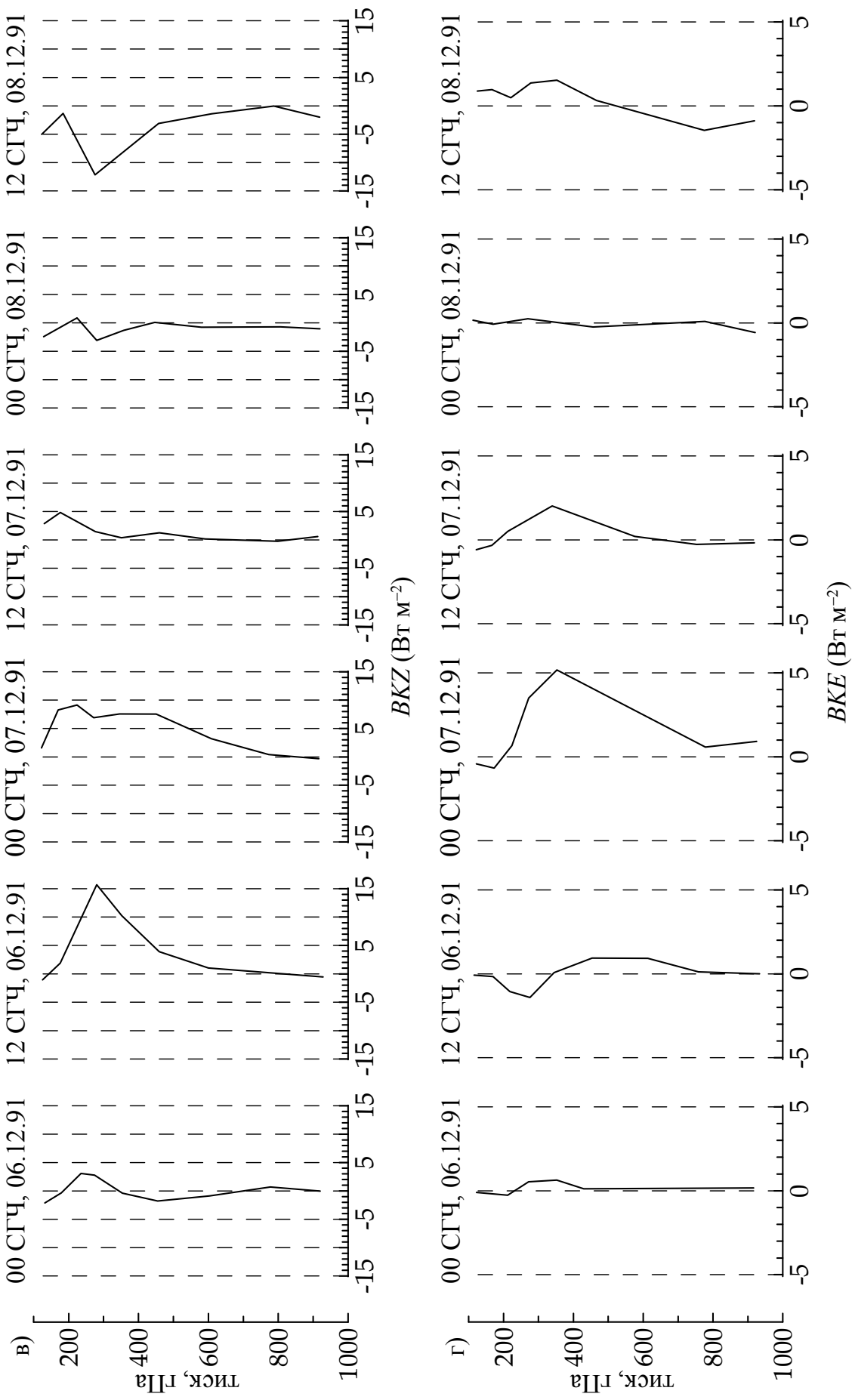


Рисунок 3.3 – Вертикальний розподіл потоків енергії через бічні межі протягом еволюції циклону [14]



Продовження рисунку 3.3

кінетичної енергії. Дійсно, переноси енергії, пов'язані з тропосферною струминною течією поблизу 300 гПа, є найбільш яскравою особливістю *BKZ* в усі строки. Приплив на рівні струминної течії є дуже інтенсивним, досягаючи 15 Вт м^{-2} у період виникнення циклону біля поверхні землі. Потім інтенсивність припливу на цьому рівні поступово зменшується і у заключній стадії спостерігається відтік енергії з циклону. Треба відзначити, що спочатку майже на усіх рівнях спостерігається приплив енергії від оточення, але з розвитком циклону, навпаки, переважає відтік. Також, невеликі додатні значення *BKE* спостерігаються на початкових стадіях розвитку циклону у середній та верхній тропосфері, що компенсується відтоком у нижній тропосфері та стратосфері.

Запитання для самоперевірки.

1. Чим відрізняються закриті та відкриті атмосферні системи?
2. Які величини входять до рівнянь зональної та вихрової доступної потенціальної енергії?
3. Коли зональна доступна потенціальна енергія перетворюється у зональну кінетичну енергію?
4. Як може змінюватися зональна та вихрова кінетична енергія протягом існування циклону?
5. У якому шарі спостерігаються максимальні запаси кінетичної енергії?

БІБЛІОГРАФІЧНИЙ ОПИС

1. Лоренц Э.Н. Природа и теория общей циркуляции атмосферы: Пер. с англ. – Л.: Гидрометеиздат, 1970. – 259 с.
2. Lorenz E.N. Available potential energy and the maintenance of the general circulation // *Tellus*. – 1955. – Vol. 7. – P. 157-167.
3. Plumb R.A. A new look at the energy cycle // *J. Atmos. Sci.* – 1983. – Vol. 40. – P. 1669-1688
4. Hayashi Y. A modification of the atmospheric energy cycle // *J. Atmos. Sci.* – 1987. – Vol. 44. – P. 2006-2017.
5. Iwasaki T. Atmospheric energy cycle viewed from wave-mean-flow interaction and Lagrangian mean circulation // *J. Atmos. Sci.* – 2001. – Vol. 58. – P. 3036-3052.
6. Хохлов В.Н. Энергетика общей циркуляции атмосферы. – Одесса: Изд-во "ТЭС", 2004. – 134 с.
7. Haimberger L., Hantel M. Implementing convection into Lorenz's global cycle. Part I. Gridscale averaging of the energy equations // *Tellus*. – 2000. – Vol. 52A. – P. 66-74.
8. Haimberger L., Hantel M. Implementing convection into Lorenz's global cycle. Part II. A new estimate of the conversion rate into kinetic energy // *Tellus*. – 2000. – Vol. 52A. – P. 75-92.
9. Stone P.H., Salustri G. Generalization of the quasi-geostrophic Eliassen-Palm flux to include eddy forcing of condensation heating // *J. Atmos. Sci.* – 1984. – Vol. 41. – P. 3527-3536.
10. Saltzman B. Equations governing the energetics of the larger scales of atmospheric turbulence in the domain of wave number // *J. Meteor.* – 1957. – Vol. 14. – P. 513-523.
11. Saltzman B. Large-scale atmospheric energetics in the wavenumber domain // *Rev. Geophys.* – 1970. – Vol. 8. – P. 289-302.
12. Wiin-Nielsen A. On the annual variation and spectral distribution of atmospheric energy // *Tellus*. – 1967. – Vol. 19. – P. 540-559.
13. Wiin-Nielsen A. On the spectral distribution of kinetic energy in large-scale atmospheric flow // *Nonlin. Proc. Geophys.* – 1998. – Vol. 5. – P. 187-192.
14. Michaelides S.C., Prezerakos N.G., Flocas Y.A. Quasi-Lagrangian energetics of an intense Mediterranean cyclone // *Q. J. R. Meteorol. Soc.* – 1999. – Vol. 125. – P.139-168.
15. Dutton J.A., Johnson D.R. The theory of available potential energy and a variational approach to atmospheric energetics // *Advances in geophysics* / H.E. Landsberg, J.V. Mieshem (Eds.). – N.-Y.: Academic Press., 1967. – P. 333-436.

Навчальне видання

Хохлов Валерій Миколайович

ЕНЕРГЕТИКА АТМОСФЕРИ

Конспект лекцій

Підп. до друку 20.02.08
Умовн. друк. арк. 4,1

Формат 60×84/46
Тираж 50

Папір офс.
Зам №

Надруковано з готового оригінал макету

Одеський державний екологічний університет
65016, Одеса, вул. Львівська, 15
